Webversion von Prediger, Susanne & Götze, Daniela (2017). Sprachbildung als langfristige Entwicklungsaufgabe - Praktische Ansätze und ihre empirische Fundierung am Beispiel Algebra. In Anna Susanne Steinweg (Hrsg), Sprache und Mathematik. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2017, Bamberg: University of Bamberg Press, 9-24.

Sprachbildung als langfristige Entwicklungsaufgabe - Praktische Ansätze und ihre empirische Fundierung am Beispiel Algebra

Susanne Prediger & Daniela Götze

Kurzfassung *Eine langfristig konzipierte Sprachbildung im Mathematikunterricht fokussiert diejenigen Sprachhandlungen und Sprachmittel, die für die mathematische Bildung zunehmend wichtig werden, zum Beispiel die Sprachhandlungen beim Verallgemeinern und Erklären von Bedeutungen. Im Beitrag wird an Beispielen aus Arithmetik und Algebra aufgezeigt, wie langfristige algebraische Vorstellungsentwicklung durch Sprachbildung unterstützt werden kann und muss.*

Schlüsselwörter: *Sprachliches und fachliches Lernen, Sprache als ungleich verteilte Lernvoraussetzung und Lerngegenstand, allgemein beschreiben, Bedeutung erklären*

0 Einleitung

Sprache ist im Mathematikunterricht nicht nur *Lernmedium*, sondern auch *ungleich verteilte Lernvoraussetzung*, über die nicht alle Kinder im gleichen Maße verfügen. Damit sie auch *Lerngegenstand* werden kann, muss zunächst spezifiziert werden, welche sprachlichen Anforderungen tatsächlich für das fachliche Lernen relevant sind. Wir plädieren dafür, dabei nicht nur die aktuelle Lernsituation, sondern auch die langfristigen Anforderungen im Spiralcurriculum zu berücksichtigen. Dabei rücken zwei Sprachhandlungen in den Fokus, die jahrgangsübergreifend bedeutsam sind: *Bedeutungen erklären* und *allgemeine Zusammenhänge beschreiben*.

1 Identifizieren fachspezifischer sprachlicher Anforderungen zum Umgang mit Variablen, Termen und Formeln

1.1 Nicht Textaufgaben, sondern inhaltliches Verständnis

Bildungssprachliche Kompetenz ist entscheidend für die Mathematikleistung, dies haben verschiedene Studien gezeigt (Stanat, 2006; Prediger et al., 2015). Die häufig artikulierte Zuweisung, dass die Sprachprobleme lediglich auf Textaufgaben zurückzuführen seien, erweist sich als empirisch nicht haltbar: Zwei Tests in Klasse 7 und 10 (Prediger et al., 2015; Pöhler et al., 2017) zeigen, dass

1. sprachlich Schwache tatsächlich erheblich schwächere Mathematikleistungen erzielen (in den Zentralen Prüfungen 10 um 1,5 Noten bzw. mit 14 % Varianzaufklärung),
2. dies jedoch nicht an den Textaufgaben liegt (denn die Differenz zwischen Textaufgaben und anderen Aufgaben ist bei sprachlich Schwachen nicht größer als bei sprachlich Starken),
3. stattdessen schneiden die sprachlich Schwachen jeweils bei denjenigen Items am schwächsten ab, die inhaltliches Verständnis der mathematischen Konzepte erfordern.

Daher musste die kognitive Funktion der Sprache bei Aufbau des inhaltlichen Verständnisses selbst genauer untersucht werden (für einen Überblick vgl. Prediger, im Druck).

1.2 Sprachliche Anforderungen in algebraischen Lernsituationen der Klasse 8 – Fallbeispiel Ayla und Gözden

Ayla und Gözden besuchen eine nachträgliche Förderung, weil sie die Einführung in die Algebra nicht erfolgreich bewältigt haben. Darin bearbeiten sie die in Abb. 1 abgedruckte Aufgabe.

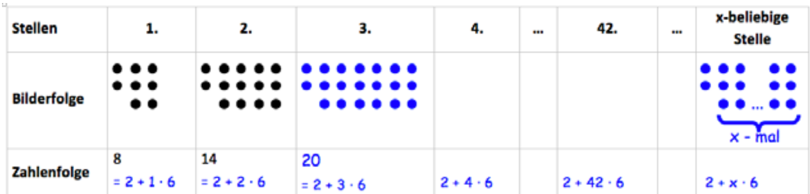


Abb. 1: Bilderfolgen als Zugang zur Variable als Unbestimmte (Prediger & Krägeloh, 2015 nach Mason et al., 1985)

Nachdem Ayla und Gözden die 3., die 4., und auch die 42. Stelle für die Zahlenfolge bestimmt haben, lautet die Aufgabenstellung: „Kannst du auch die Zahl an einer x-beliebigen Stelle bestimmen?“. Die Förderlehrerin fragt nach:

97 I Was heißt überhaupt x-beliebig? Habt ihr ne Idee?

98 A Nee, das sagt unsere Mathelehrerin auch, aber was das heißt wissen wir nicht.

…

110 G Ich weiß nur noch, dass bei, bei den Termen x ist

111 A Ja, aber das soll eine Stelle von den Zahlen hier sein… (zeigt auf das Blatt) Das sagt man im Deutschen so. (lacht)

112 FL (lacht) Stimmt das sagt man im Deutschen so.hm, aber- hm was bedeutet denn beliebig‘

113 A Irgendeine Stelle von den Zahlen (zeigt flüchtig auf das Blatt)

114 FL Joa.

115 A Aber welche weiß man ja nicht.

116 FL Joa genau. Und damit habt ihr de den Begriff totgeschlagen. Das ist der Begriff x-beliebig. Das bedeutet irgendeine Stelle. Mehr nicht.

117 A Dann können wir uns eine Stelle aussuchen und dann-

Ayla und Gözden haben das Wort x-beliebig schon gehört und wissen, dass es irgendwie mit Variablen verbunden ist, doch sie können es nicht mit Bedeutung füllen. Aylas „Das sagt man im Deutschen so“ verweist auf ein „anderes Deutsch“, nämlich die Bildungssprache, die sie als ihr fremde Sprache wahrnimmt. Der Ansatz der Lernumgebung, über den Ausdruck x-beliebig eine Bedeutungskonstruktion zu ermöglichen, schlägt also fehl, wenn dieser nicht im Repertoire der Lernenden ist.

Dies ist ein typisches Beispiel, in dem fachsprachliche Elemente (hier das x in seinem Variablenaspekt der Unbestimmte, vgl. Malle, 1993) angeknüpft werden an eine vermeintliche *Lernvoraussetzung* der Lernenden. Für sprachlich schwache Jugendliche ist dieser bildungssprachliche Ausdruck allerdings nicht Teil ihrer Lernvoraussetzungen, sondern ebenfalls erst zu lernen, ein *heimlicher Lerngegenstand*, der erst als solcher erarbeitet werden muss.

Auch wenn in Zeile 115-117 die Bedeutung durch „irgendeine Zahl“ erarbeitet zu sein scheint und die Mädchen dies auch schriftlich nutzen, stellt sich in der nächsten Fördersitzung heraus, dass das Problem noch tiefer liegt: nicht nur im Wort x-beliebig, sondern in der Tätigkeit des Verallgemeinerns an sich:

In der nächsten Fördersitzung arbeiten die Mädchen mit einem Variablenterm und versuchen ihn zu deuten:

102 A Wieso, also. […] Da kann man doch jede Zahl, die man will, einsetzen. Aber wie soll man dann wissen, was man da rechnen soll?

Auch wenn Ayla das Wort *irgendeine* in der Sitzung vorher benutzt hat, ist ihr die Sprach- und Denkhandlung des Verallgemeinerns immer noch nicht klar. Hier zeigt sich die enge Verknüpfung von Sprechen und Denken: Feilke (2012) erklärt es gerade zum Charakteristikum der Bildungssprache, dass sie Verallgemeinerungen mit ihren vom Konkreten abstrahierenden Sprachmitteln erst ermöglicht. Ayla, deren bildungssprachliches Repertoire diesbezüglich noch nicht ausgebaut ist, verpasst diese Möglichkeiten und kann deswegen die symbolsprachlichen Mittel x nicht anknüpfen.

Das Fallbeispiel zeigt mehrere Phänomene, die auch in anderen Studien immer wieder auftauchen (für einen Überblick Prediger, im Druck):

- zwischen Alltags- und Fachsprache gibt es als weitere Ebene die sogenannte *Bildungssprache*, die bildungssoziologisch hochbedeutsam als diejenige beschrieben werden kann, und die Lehrkräfte oft implizit voraussetzen, obwohl sie vielen Lernenden unvertraut ist.
- Bildungssprache umfasst nicht allein Wörter wie „x-beliebig" oder „irgendein". Eine Fokussierung allein auf die *Wort- und Satzebene* würde zu kurz greifen. Analytisch wichtiger ist die *Diskursebene*, die relevante Analyseeinheit für sprachliche Anforderungen sind demnach die *Sprachhandlungen*: Während Ayla und Gözden (wie viele andere sprachlich Schwache) durchaus das
  - Erläutern von Rechenwegen

  gelernt haben, fallen ihnen zwei Sprachhandlungen schwer, die in mehreren empirischen Analysen als zentral für den Aufbau inhaltlicher Vorstellungen identifiziert wurden:
  - Erklären von Bedeutungen (mathematischer Konzepte und Operationen)
  - Beschreiben allgemeiner Zusammenhänge.

Auch wenn Ayla und Gözden ihre Lücken in den Fördersitzungen etwas aufarbeiten konnten, werden sie am Ende der Sek. 1 ihren Lernrückstand nur noch begrenzt aufholen. Gerade für Risikoschülerinnen und -schüler ist es daher wichtig, die fachlichen und sprachlichen Lernpfade längerfristig anzulegen und schon in den ersten Lernjahren die Voraussetzungen für erfolgreiches späteres Lernen zu schaffen. Denn gerade, weil Sprachlernprozesse in der Regel nur langfristig gestaltbar sind und keine kurzfristigen Erfolge zeigen, müssen sie stufenübergreifend konzipiert werden.

1.3 Schulstufenübergreifende Lernpfade hin zur Algebra

Die Konstruktion langfristiger, sogar schulstufenübergreifender Lernpfade wird seit Bruners (1966) Formulierung des Spiralprinzips immer wieder gefordert. Wie wenig fachdidaktische Substanz allerdings zuweilen in ihrer *Umsetzung* steckt, zeigt das Beispiel des Lehrplans von Berlin und Brandenburg (LISUM, 2015), der bewusst entlang langfristiger Lernpfade von Klasse 1 bis 10 konstruiert wurde. Im Strang „Terme und Gleichungen" wird dabei für die ersten sechs Stufen vorgeschlagen:

„A Mengen mit vorgegebener Anzahl von Objekten legen
B Terme und Gleichungen mit einer Rechenoperation darstellen
C Terme und Gleichungen darstellen (auch mit mehreren Rechenoperationen)
D Terme und Gleichungen darstellen (auch im Bereich der gebrochenen Zahlen)
E Terme und Gleichungen darstellen (auch im Bereich der rationalen Zahlen)
F Terme und Gleichungen darstellen (auch für lineare Gleichungssysteme)"

(Lehrplan Berlin-Brandenburg, LISUM, 2015)

Diese Stufung ist insofern fachdidaktisch problematisch, als sie vorwiegend nach Kompliziertheit der involvierten Zahlbereiche stuft, aber den algebradidaktischen Kern verpasst. Denn es werden weder die einschlägigen Grundvorstellungen für Terme noch für Variable überhaupt erwähnt. In einer gerade beginnenden Zusammenarbeit mit dem Landesinstitut wird statt der Strukturierung nach „Term und Gleichung darstellen" / „Gleichung lösen" eine Strukturierung in fünf Stränge vorgenommen (Usiskin, 1988; Bednarz, Kieran & Lee, 1996:

- Problemlösen / Unbekannte suchen
- Allgemeine Zusammenhänge / Muster erfassen
- Funktionale Zusammenhänge erfassen
- Termstrukturen erfassen & nutzen
- Kalkülisieren & Kalkül nutzen

Zu diesen Strängen gehören jeweils unterschiedliche Grundvorstellungen der Variable und Terme: Der Strang „allgemeine Zusammenhänge erfassen" fokussiert die Variable als Unbestimmte und Terme als Beschreibungsmittel. Die Grundvorstellung der Variable als Unbekannte dagegen ist im Strang

„Problemlösen / Unbekannte suchen“ zentral, die Terme als Handlungsanweisung und die Variable im Kalkülaspekt beim „Kalkülisieren und Kalkül nutzen“ (Malle, 1993). Terme in ihren Teilstrukturen auch strukturell zu untersuchen, ermöglicht den Übergang von der operationalen zur relationalen Sicht, d.h. Terme nicht mehr allein als Handlungsanweisung zu begreifen, sondern als Beschreibungsmittel, als neue Objekte, die selbst mathematisch untersucht werden. Abbildung 2 zeigt eine erste Strukturierung des langfristigen Lernpfades im Bereich „allgemeine Zusammenhänge erfassen“. Dieser hat sich bei sprachlich schwachen Lernenden als der Herausfordernste herausgestellt (MacGregor & Price, 1999), daher widmet sich der vorliegende Beitrag diesem Strang.

Strang	**Allgemeine Zusammenhänge / Muster erfassen**
Kl. 1-2	• konkrete **Muster** strukturieren und strukturiert zählen • konkrete Muster strukturiert zählen und mit **Term als Rechenanweisung** beschreiben **(operationale Sicht)** • allgemeine Muster mit Termen mit generischen Zahlen beschreiben (**Term als Beschreibungsmittel in relationaler Sicht**) • Zahlenterme interpretieren in Sachzusammenhängen
zusätzlich in Kl. 3-6	• allgemeine Muster mit **Wortvariablen** verbal beschreiben • allgemeine Muster durch Terme mit **Quasivariablen** und beschreiben (**Term als Beschreibungsmittel**) • generische Zahlenterme aufstellen in zunehmend komplexer **Termstruktur** • allgemeine Muster graphisch generisch oder mit Wortvariablen begründen
zusätzlich in Kl. 7-8	• allgemeine Muster in verschiedenen Darstellungen begründen • allgemeine Zusammenhänge mit **Variablentermen** beschreiben (**Variable als Unbestimmte**) • funktionale Zusammenhänge beschreiben (**Variable als Veränderliche und Abhängige**)
zusätzlich in Kl. 9-10	• allgemeine Zusammenhänge algebraisch beschreiben und damit **formal argumentieren**

Abbildung 2: Konzeptueller langfristiger Lernpfad hin zum Erfassen allgemeiner Zusammenhänge

Dazu werden in einem weiteren Fallbeispiel der Sekundarstufe 1 die konzeptuellen und sprachlichen Anforderungen aufgezeigt, auf die bereits die Klassen 3-6 vorbereiten sollten, damit die notwendige Sprache langfristig aufgebaut werden kann.

1.4 *Formeln verstehen – Fallbeispiel aus Klasse 9*

In der Gymnasialklasse 9 haben Schülerinnen und Schüler die Formel für Oberflächeninhalten von Körpern erarbeitet, wie z.B. die des Zylinders als $O_Z = 2 \pi r^2 + 2 \pi \cdot r \cdot h$. Als Selim damit die Oberfläche einer leeren Klopapier-rolle ausrechnen soll, rechnet er wie in Abbildung 3 abgedruckt.

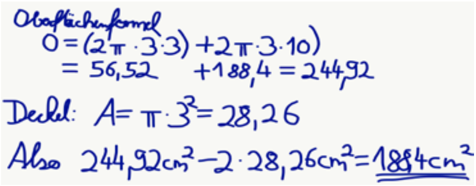


Abbildung 3: Selims nicht interpretierender Umgang mit Formeln

Angesichts des rechnerisch richtigen, aber bemerkenswert umständlichen Lösungswegs (der auch in der ZP10 häufig beobachtet werden konnte), fragt der Lehrer nach:

Lehrer: Wie hast du das gerechnet?

Selim: Zuerst hab ich die Oberfläche eines vollen Zylinders gerechnet, denn für nur die Rolle hatte ich keine Formel. Dann ziehe ich die fehlenden Flächen ab.

Lehrer: Hättest du dir das leichter machen können? Was bedeutet denn die Formel?

Selim: r ist der Radius, h die Höhe, und wenn man das einsetzt, kann man halt die Oberfläche berechnen.

Lehrer: Super, aber was ist das plus, was wird da addiert? Und was bedeuten die Malzeichen?

Selim: Ja, hm, mal rechnet man immer bei Fläche.

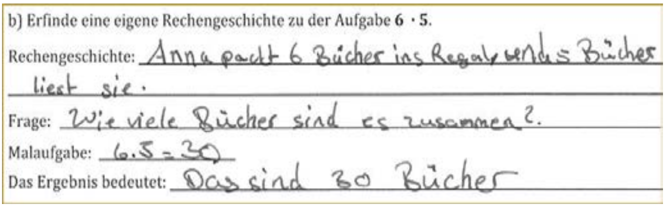
Selim entgeht, dass die Formel gerade diejenigen Teilflächen zusammen-setzt, die er nachträglich wieder abzieht. Sein Rechenweg zeigt, dass er durchaus über Grundvorstellungen des Zusammenfügens und Wegnehmens verfügt, doch zur Interpretation der Formel selbst aktiviert er sie nicht. So wie Selim geht es vielen Lernenden:

- sie können zwar erfolgreich rechnen und verfügen über die dazu gehö-rende Sprachhandlung des Erläuterns von Rechenwegen,
- dass sie die Formel nicht verständiger und flexibler anwenden können, liegt aber auch daran, dass sich ihre Interpretationen auf die Variablen beschränken und die Operationen ausklammern,

- damit korrespondiert die Sprachlosigkeit beim Erklären der Bedeutung der Operationen in der Formel.

Dieses Phänomen kennen wir bereits aus Klasse 4, wenn für Rechengeschichten der Fokus nur auf den Zahlen, aber nicht auf der Interpretation der Operationen liegt (vgl. Abb. 4).

Sprach- und fachintegrierte Förderungen müssen daher gerade auch die Interpretation der Operationen unterstützen, Teilstrukturen in Termen identifizieren und für beides geeignete Sprachmittel anbieten (vgl. Abb. 2). Dies beginnt bereits bei der Multiplikation: $F = a \cdot b$ ist eben nicht nur „Länge mal Breite“ (formalbezogene Sprachmittel), sondern muss auch immer wieder bedeutungsbezogen interpretiert werden als „a Reihen der Breite b, z.B. drei 5er Blöcke“. Entsprechend besteht die (ganzzahlige) Mantelfläche aus h (1 cm dicken) Ringen des Umfangs $2 \cdot \pi r$, also h mal $2 \cdot \pi r$.


b) Erfinde eine eigene Rechengeschichte zu der Aufgabe 6 · 5.

Rechengeschichte: Anna packt 6 Bücher ins Regal und 5 Bücher liest sie.

Frage: Wie viele Bücher sind es zusammen?.

Malaufgabe: 6·5=30

Das Ergebnis bedeutet: Das sind 30 Bücher

Abbildung 4: Fokus nur auf Zahlen statt Operationen (aus Selter et al., 2014)

Die Zusammenstellung in Abbildung 5 zeigt:

- zu den einzelnen fachlichen Teilzielen gehören unterschiedliche Sprachhandlungen,
- die jeweils zugehörigen Sprachmittel umfassen sequenzierende oder integrierende Sprachmittel, die themenübergreifend erarbeitet und eingeübt werden können,
- sie enthalten stets aber auch themenspezifisch formal- und bedeutungsbezogene Sprachmittel, die es zu identifizieren gilt,
- viele Sprachhandlungen und Sprachmittel, die für das Interpretieren von Formeln in Klasse 9 hoch relevant sind, können bereits in der Grundschule gebraucht werden.

Fachliches Teilaspekt	Sprachhandlung	Sprachmittel
Formeln rechnerisch anwenden	**Sequenzierende Sprachhandlungen**	**Formalbezogene und *sequenzierende* Sprachmittel:**
In Variable einsetzen	• Erläutern des Einsetzvorgangs	• „für r nehme ich den Radius“ • „im zweiten Schritt…“
Rechenoperationen ausführen	• Erläutern des Rechenwegs	• „zuerst, … dann“ • „Länge mal Breite“ • „multipliziert mit“
Formel interpretieren und aufstellen	**Integrierende Sprachhandlungen**	**Bedeutungsbezogene und integrierende Sprachmittel**
Variable als Unbestimmte verstehen	• Erklären der Bedeutung der Variable	• „a *steht für jede* beliebige Höhe“
Teilterme identifizieren	• Einheit zeigen (graphisch und deiktisch)	• „dieses Ganze hier steht für die Deckelfläche“
Operationen interpretieren	• Erklären der Bedeutung der Operationen	• „das Plus *bedeutet*, dass ich die Flächen zusammennehme“ • „3 · 5, *denn* ich nehme drei 5er“
Passung von Darstellungsvernetzung begründen	• Begründen über Erklären der Bedeutungen	• „dies passt zu dem, weil…“

Abbildung 5: Zusammenhang von fachlichen Teilzielen, Sprachhandlungen und Sprachmitteln, die langfristig gelernt werden sollten

1.5 Zwischenfazit zur Spezifizierung sprachlicher Anforderungen

Mit diesen Fallbeispielen und den längerfristigen curricularen Überlegungen zu stufenübergreifenden Strängen der Algebra sind die sprachlichen Anforderungen einer langfristigen Förderung der Algebra deutlich genauer als bislang spezifiziert. Zwar betonen viele Forschende immer wieder, dass den Kindern die Sprache fehlt (z.B. Cooper & Warren, 2011), doch fehlten bislang Ausdifferenzierungen, welche Anforderungen genau zu bewältigen sind.

2 Exemplarische Einblicke in eine sprach- und fachintegrierte Förderung in Klasse 3 und 4

Abschnitt 1 hat argumentiert, dass das Beschreiben und Begründen allgemeiner Zusammenhänge und Muster nicht erst in der Sekundarstufe beginnen darf, zugleich aber gezielt sprachlich unterstützt werden muss. Der skizzierte Lernpfad in Abbildung 2 enthält für Klasse 3-6 eine Reihe von fachlichen Teilaspekten, Sprachhandlungen und damit verbundenen Sprachmittel, die über das langfristige Spiralcurriculum hinweg aufgebaut und vertieft werden sollten.

So sollen Grundschulkinder bereits von der ersten Klasse an auf vielfältige Art und Weise Muster in mathematischen Aufgaben erkennen, beschreiben und erklären. Vor allem operative Aufgabenserien im Kontext substantieller Aufgabenformate wie z.B. die Rechenhäuser (vgl. Abb. 6 nach Wittmann & Müller, 1994) werden hierzu herangezogen.

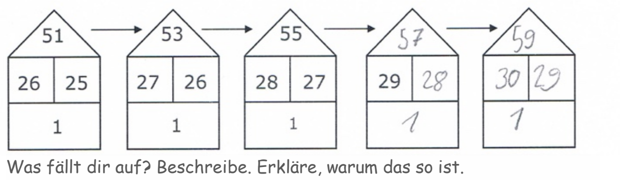


Abbildung 6: Beispiel einer bewährten operativen Aufgabenserie zu Rechenhäusern

2.1 *Vielfalt der Sprachhandlungen und damit adressierte fachliche Teilaspekte*

Der Arbeitsauftrag, Entdeckungen zu beschreiben und die entdeckten Zusammenhänge zu begründen, wird von Kindern allerdings unterschiedlich verstanden. Die Vielfalt der dadurch aktivierten Sprachhandlungen in Abbildung 7 zeigt, dass dabei unterschiedliche fachliche Teilaspekte adressiert werden. Daher ist die gezielte Förderung der Sprachhandlungen wichtig für die in Abbildung 2 formulierten Lernziele.

Im Folgenden wird daher eine Intervention vorgestellt, in der gerade die herausfordernden Sprachhandlungen gefördert werden sollen.

Fachliche Teilaspekte	Sprachhandlung der Kinder	Sprachmittel der Kinder
Beispiele untersuchen und Rechenvorschrift im Aufgabenformat erkennen	• (rein numerisch, Häuser berechnen) • Rechenvorschrift beschreiben (numerisch oder mit Worten)	• (Die Zahlen im Haus werden nach Rechenvorschrift ausgerechnet) • „Die Zahlen in der Mitte werden addiert und subtrahiert. Das Ergebnis kommt ins Dach."
Beispiele untersuchen und Zusammenhang zur Musterfortsetzung erkennen	• (rein numerisch, Muster fortsetzen)	• (Muster wird fortgesetzt)
Zusammenhang einzelner Zahlen in der Musterabfolge formulieren, auf Einzelzahlen fokussierend	• beispielgebundenes Beschreiben des Zusammenhangs einzelner Zahlen • allgemeines Beschreiben des Zusammenhangs einzelner Zahlen	• „Die Zahl oben ist 51, 53, 55, 57 und 59." • „Die Zahlen oben werden immer um 2 größer."
Zusammenhang aller Zahlen in der Musterabfolge formulieren, ohne Zusammenhang der Zahlen im Aufgabenformat zu beschreiben	• beispielgebundenes Beschreiben des Zusammenhangs einzelner Zahlen • allgemeines Beschreiben des Zusammenhangs einzelner Zahlen mit Sprachmitteln, die auf den Kontext „Haus" fokussieren • allgemeines Beschreiben des Zusammenhangs einzelner Zahlen mit Sprachmitteln, die auf mathematischen Kontext fokussieren	• „Oben wird es 51, 53, 55, 57, 59. Darunter links wird es 26, 27, 28, 29, 30. Rechts wird es 25, 26, 27, 28, 29. Unten 1, 1, 1, 1, 1." • „Oben wird es immer +2, in der Mitte dann immer +1, im Keller stehen immer 1." • „Die linke Rechenzahl wird immer um 1 größer und die rechte Rechenzahl auch. Die Summe (im Dach) wird immer um 2 größer. Die Differenz (im Keller) bleibt gleich."
Zusammenhang in der Musterabfolge und im Aufgabenformat beschreiben	• allgemeines Beschreiben des Zusammenhangs	• Mittel zum Verweisen auf Zusammenhänge („addiert man die Rechenzahlen, erhält man die Summe im Dach.") • Ausdrücken der Allgemeinheit („wenn … dann")
Begründen des allgemeinen Zusammenhangs (oder eines Teils)	• Begründen des allgemeinen Zusammenhangs	• mehrere Verweisungszusammenhänge koordinieren: „Weil die erste Rechenzahl ..., deshalb wird die Summe ..."

Abbildung 7: Zusammenhang von fachlichen Teilzielen, Sprachhandlungen und Sprachmitteln zum Beschreiben operativer Muster in Klasse 3/4,
gemäß einer Analyse von 482 Forscherheften (Götze, eingereicht)

2.2 *Sprachsensible Intervention zum Allgemeinen Beschreiben und Begründen*

Bei der Konzeption der fünfstündigen Lernumgebung „Wir beschreiben und begründen Muster in Rechenhäusern“ wurde darauf geachtet, die Kinder zunehmend darin zu unterstützen, die zugrundeliegenden Strukturen in dem operativen Muster möglichst vollständig aber auch sprachlich allgemein zu erfassen und die Zusammenhänge der Zahlen im Aufgabenformat auch zu begründen.

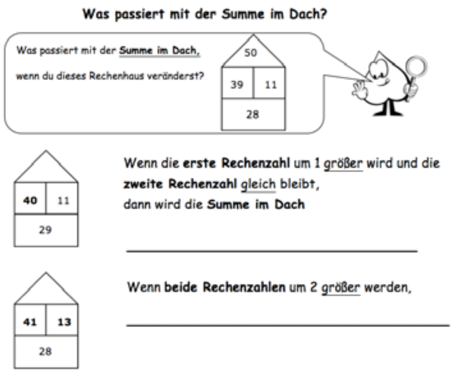


Abbildung 8: Zusammenhänge konditional beschreiben lernen (aus Götze, 2015)

Hierzu wurden gängige Unterstützungsmaßnahmen realisiert (Götze, 2015, eingereicht und Abb. 8):

a) Wortspeicher,

b) sprachliche Vorbilder,

c) Arbeit mit (konditionalen) Satzphrasen sowie

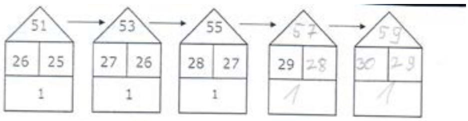
d) über Kriterien für gute Beschreibungen nachdenken.

In insgesamt 20 dritten Klassen wurde die Lernumgebung in drei Varianten erprobt und in ihren Wirkungen beforscht (Götze, eingereicht): In Variante A wurden fünf Lehrkräfte vorab zur Bedeutung der Versprachlichung allgemeiner Zusammenhänge sensibilisiert und darin geschult, im Diskurs auf verallgemeinernde Versprachlichungen und Visualisierungen zu achten sowie diese zunehmend einzufordern. Weitere zehn Lehrkräfte in Variante B wurden nur zu den mathematischen Zusammenhängen, nicht jedoch zur Relevanz der zugehörigen Sprachhandlungen geschult. Die letzten fünf Klassen der Variante C dienten als Kontrollgruppe, die zwar die Lernumgebung bearbeiteten, in der sie zum Beschreiben und Begründen der operativen Muster aufgefordert wurden, allerdings ohne sprachliche Unterstützung.

2.3 Fallbeispiel: Leon und Lena ringen um Zusammenhänge

1. Aufgabenstellung und Bearbeitung zu Beginn

Aufgabe:
Setze fort. Beschreibe.
Was bleibt gleich?
Was verändert sich?
Erkläre, warum das so ist.



Leon

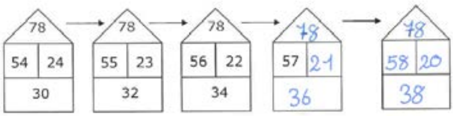
Das unten die Zahl gleich bleibt.
Das oben im +2 gerechnet wird.

Lena

Entdeckt habe ich das die eins immer gleich bleibt. Von 26-30 ist die reihenvolge immer Lings und von 25-29 ist die reihenwolge Rechs. Im Dach oben ist es immer +2.

2. Aufgabenstellung und Bearbeitung in der dritten Unterrichtsstunde

Aufgabe:
Setze fort. Beschreibe.
Was bleibt gleich?
Was verändert sich?
Erkläre, warum das so ist.



Leon

Das die Summe im Dach immer gleich ist.
Die 1. Rechenzahl ist immer addiert+1.
Die 2. Rechenzahl ist immer ~~addiert~~ subtrahiert-1.
Die Differenz im ~~K~~ Keller ist immer addiert+2.

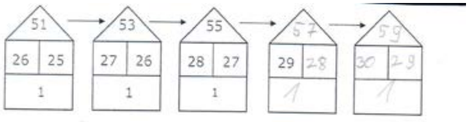
Lena

Die Dachzahl bleibt immer gleich.
Die Erste Rechenzahl wird immer um 1 mehr. Die zweite Rechenzahl wird immer um 1 weniger. Die Kellerzahl wird immer um 2 mehr.

Weil die Erste Rechenzahl immer einen mehr wird. Und weil die zweite Rechenzahl immer einen weniger wird.

3. Aufgabenstellung und Bearbeitung in der fünften Unterrichtsstunde

Aufgabe: Setze fort. Beschreibe.
Was bleibt gleich?
Was verändert sich?
Erkläre, warum das so ist.



Leon

Die Differenz im Keller ist immer gleich, ~~die von der 1. Rechenzahl und vom anderen~~ ~~Haus~~ die 1. Rechenzahl wird immer um 1 größer und die 2. Rechenzahl auch. z Die Summe im Dach wird um 2 größer

Die beiden Rechenzahlen gleichen sich ~~aus~~. bei der Differenz im Keller.
Weil das plus um mehr ist als das minus.

Lena

Die erste Rechenzahl wird immer einen mehr und die zweite-Rechenzahl wird immer einen mehr. Die Differenz im Keller bleibt immer gleich. Oben die Summe im Dach wird und +2 größer.

Weil die erste und zweite Rechenzahl immer einen mehr wird.

Abbildung 9: Beschreibungen und Begründungen von Leon und Lena

Die in Abbildung 9 abgedruckten Dokumente geben Einblicke in die Lernwege von zwei Kindern: Leon und Lena besuchen zwei verschiedene dritte Klassen, in denen gemeinsam mit der geschulten Lehrkraft um Bedeutungen und Zusammenhänge gerungen wurde.

Die Texte zu Beginn der Lernumgebung wurden noch ohne Sprachunterstützung verfasst. Lena und Lena beschreiben dabei Teilstrukturen im operativen Muster schon recht allgemein, kaum mit Zahlenbeispielen, sondern eher mit verallgemeinerten lokalen Angaben wie z.B. oben, unten, die Zahl oder im Dach. Allerdings beschreiben beide noch nicht, wie Summen und Differenzen im Rechenhaus zusammenhängen, sondern nur Muster in der Abfolge von Einzelzahlen.

In den drei nächsten Unterrichtsstunden wurden den Kindern Sprachmittel angeboten, mit denen die Muster beschrieben werden können, diese unterstützten auch den Prozess der Aushandlung von Bedeutungen. Danach zeigen sich andere Aspekte in den Kinderdokumenten: Leon scheint das operative Muster möglichst mit fachsprachlichen Ausdrücken wie Summe, Differenz, addieren und subtrahieren umschreiben zu wollen. Seine allgemeine Beschreibung nutzt Wortvariablen. Gleichwohl begründet er die Zusammenhänge in der Entwicklung der Einzelzahlen noch nicht explizit. Lena hingegen benutzt auch Wortvariablen, wenn auch aus dem Kontext „Haus“ (Dach- und Kellerzahlen). Unklar bleibt, ob sie verstanden hat, dass sie sich mathematisch mit der Veränderung von Summen und Differenzen beschäftigt. Zwar formuliert sie am Ende einen Begründungssatz, der einen Zusammenhang zwischen Rechenzahlen und weiteren Teilen des Rechenhauses adressiert, doch expliziert sie nicht, welchen Teil sie genau meint, Summe oder Differenz.

In der letzten Stunde beschreiben die Kinder das operative Muster der ersten Stunde noch einmal. Hier zeigen sich Unterschiede nicht nur in der Vollständigkeit und Allgemeinheit der Beschreibungen, sondern vor allem auch im Erkennen von Zusammenhängen. Die Beschreibung des Musters erfolgt mit Leon und Lena mit fachsprachlichen Sprachmitteln. Im letzten Abschnitt werden Zusammenhänge in den Begründungen expliziert. Während Lena mit der gleichen Satzstruktur wie im Dokument zuvor die operative Veränderung beider Rechenzahlen im Zusammenhang mit der Veränderung der Summe (oder Differenz oder beiden) erklärt, fokussiert Leon auf die Differenz. Mit dem Verb „ausgleichen“ will er vermutlich ausdrücken, dass die Erhöhung des Minuenden um Eins durch die Erhöhung des Subtrahenden um Eins wieder ausgeglichen wird. Eine weitere Explizierung erscheint ihm jedoch nicht nötig oder nicht möglich. Dies zeigt, dass Sprachangebote oft kontextspezifisch und sehr individuell notwendig werden, insbesondere beim Aushandeln von Bedeutungen.

Die Lernwege von Leon und Lena unterscheiden sich deutlich von denen der Klassen, in denen die Lehrkräfte nicht auf das allgemeine Beschreiben und Aushandeln von Bedeutungen vorbereitet wurden: In den Klassen mit schriftlicher Sprachunterstützung in Variante B kamen nur wenige Kinder über das Beschreiben der Zusammenhänge auf einer reinen Zahlenebene hinaus.

Diese Unterschiede lassen sich auch quantitativ nachweisen: Begründungen für Zusammenhänge in den Rechenhäusern sind signifikant häufiger in den Klassen der Variante A anzutreffen als in den Klassen der Variante B und C (Götze, eingereicht). Damit gibt es erste Evidenzen, dass wenn Lehrkräfte darauf vorbereitet werden, die Sprachhandlungen zu elizitieren und zu unterstützen, dies Auswirkungen auf die erzielten Kinderdokumente haben kann.

3 Fazit

Sprachbildung ist eine langfristige Aufgabe, die entlang eines konzeptuellen Lernpfads über viele Schuljahre hinweg geplant werden muss. Dabei ist nicht allein auf einzelne Fachwörter zu achten, denn sonst besteht immer Gefahr der Verselbständigung der Vokabelarbeit (Moschkovich, 2013).

Wer dagegen den Zusammenhang zwischen fachlichen Teilaspekten, Sprachhandlungen und Sprachmitteln jeweils im Blick hat, der kann – so zeigen mehrere Dortmunder Interventionsstudien - mit sprachbildenden Förderungen auch anspruchsvolle fachliche Lernziele für mehr Kinder erreichen (neben Götze, eingereicht, auch Prediger, im Druck).

Literatur

Bednarz N., Kieran, C. & Lee, L. (Hrsg.) (1996). *Approaches to Algebra. Perspectives for Research and Teaching*. Boston: Kluwer.

Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge: MA: Harvard University Press.

Cooper, T.J. & Warren, E. (2011). Years 2 to 6 Students' Ability to Generalise: Models, Representations and Theory for Teaching and Learning. J. Cai & E. Knuth (Hrsg.), *Early algebraization* (S. 187-214). Heidelberg: Springer.

Feilke, H. (2012). Bildungssprachliche Kompetenzen - fördern und entwickeln. *Praxis Deutsch*, 39(233), 4-13.

Götze, D. (2015). *Sprachförderung im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Götze, D. (eingereicht). Förderung des Beschreibens und Begründens operativer Muster – Ergebnisse einer Grundschulstudie zum Scaffolding. *Journal für Mathematikdidaktik*.

LISUM - Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (2015). Rahmenlehrplan Jahrgangsstufen 1-10 - Mathematik. Berlin / Potsdam: Salzland.

MacGregor, M. & Price, E. (1999). An exploration of aspects of language proficiency and algebra learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(4), 449–467.

Mason, J., Graham, A., Pimm, D., & Gowar, N. (1985). *Routes to / Roots of Algebra*. Milton Keynes: University Press.

Malle, G. (1993). *Didaktische Probleme der elementaren Algebra*. Braunschweig: Vieweg.

Moschkovich, J. (2013). Principles and Guidelines for Equitable Mathematics Teaching Practices and Materials for English Language Learners. *Journal of Urban Mathematics Education, 6*(1), 45-57.

Pöhler, B., George, A. C., Prediger, S. & Weinert, H. (2017, im Druck). Are word problems really more difficult for students with low language proficiency? *International Electronic Journal of Mathematics Education*.

Prediger, S. (im Druck). Welche Forschung kann Sprachbildung im Fachunterricht empirisch fundieren? B. Ahrenholz et al. (Hrsg.), *Sprache im Fach* (Arbeitstitel). Berlin: De Gruyter.

Prediger, S. & Krägeloh, N. (2015). „x-arbitrary means any number, but you do not know which one". A. Halai & P. Clarkson (Hrsg.). *Teaching and Learning Mathematics in Multilingual Classrooms* (S. 89-108). Rotterdam: Sense.

Prediger, S., Wilhelm, N., Büchter, A., Gürsoy, E. & Benholz, C. (2015). Sprachkompetenz und Mathematikleistung. *Journal für Mathematik-Didaktik, 36*(1), 77-104.

Selter, Ch., Prediger, S., Nührenbörger, M. & Hußmann, St. (Hrsg.) (2014). *Mathe sicher können. Diagnose- und Förderkonzept.* Berlin: Cornelsen.

Stanat, P. (2006). Disparitäten im schulischen Erfolg: Forschungsstand zur Rolle des Migrationshintergrunds. *Unterrichtswissenschaft, 36*(2), 98-124.

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variable. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12*. Reston: NCTM.

Wittmann, E. Ch. & Müller, N. G. (1994). *Handbuch produktiver Rechenübungen. Band* 1. Stuttgart: Klett.

Prof. Dr. Susanne Prediger & Dr. Daniela Götze

TU Dortmund, Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts

Vogelpothsweg 87

44227 Dortmund

prediger@math.uni-dortmund.de & daniela.goetze@math.uni-dortmund.de