

Susanne PREDIGER, Timo LEUDERS, Bärbel BARZEL, Stephan HUSSMANN, Dortmund/Freiburg

## **Anknüpfen, Erkunden, Ordnen, Vertiefen — Ein Modell zur Strukturierung von Design und Unterrichtshandeln**

Was ist eine gute Aufgabe? Welcher Differenzierungsansatz ist der beste? Wie moderiert eine Lehrkraft angemessen? Antworten auf solche Fragen zur Gestaltung von Lehr-Lernarrangements sind nicht pauschal zu geben, sondern hängen ab von der Stelle im Lernprozess und den jeweils relevanten didaktischen Intentionen der Lehrkraft. Bruder definiert dazu Unterrichtssituationen als „zeitlich fixierten Abschnitt einer Unterrichtsstunde zur Realisierung eines spezifischen (Teil-)Ziels in einer bestimmten dominierenden didaktischen Funktion.“ (Bruder 1991, S.131). Dieser Beitrag plädiert dafür, die didaktische Reflexion von Strukturierungsmodellen wieder aufzugreifen und wirbt für eine ergänzende epistemologische Perspektive zu ihrer Ausschärfung, wie am Beispiel eines im KOSIMA-Projekt (Hußmann et al. 2011) entwickelten Modells ausgeführt wird.

### **Historische Modelle zur Strukturierung von Unterricht**

Für die Strukturierung von Unterricht nach Situationen – ob im wissenschaftlichen oder unterrichtspraktischen Kontext – wurden immer wieder Modelle vorgeschlagen, die dem unterschiedlichen Charakter von Lehr-Lern-Situationen Rechnung tragen (z.B. Aebli 1983). Das im deutschsprachigen Raum wohl einflussreichste Phasenmodell geht auf Herbart (1776–1841) und seine Schüler zurück (vgl. Weinert 1996, S. 26):

1. *Stufe der Klarheit*, in der die Lehrkraft das Vorwissen der Lernenden ordnet und für den Unterricht in Klarheit bereitstellt.
2. *Stufe der Assoziation*, in der den Lernenden neue Wissens Elemente angeboten werden, die Lernenden nehmen sie auf und assoziieren sie.
3. *Stufe des Systems*, in dem die neu erworbenen Vorstellungen systematisch in den bereits vorhandenen Wissensbestand eingeordnet werden.
4. *Stufe der Methode*, in der das neu erworbene (assoziierte) und eingeordnete (systematisierte) Wissens Element eingeübt und angewandt wird.

Diese Gliederungselemente gelten aus heutiger Sicht als „kluge Beschreibung der Aneignungsstufen für den Erkenntnisprozess. Die moderne kognitive Psychologie ist gar nicht so weit entfernt“ (Gudjons 2008, S. 98). In der Nachfolge wurde hieraus allerdings ein starres Schema, das die Lehrerbildung noch bis ins 20. Jahrhundert beherrschte und von der Reformpädagogik als lehrerzentriert abgelehnt wurde. Einflussreich für Praxis und

Theorie des Mathematikunterrichts erwies sich im letzten Jahrhundert das schülerzentriertere Stufenmodell von Roth (1957), der das genetische Prinzip integrierte in einer Stufe der Motivation (Entwicklung des Lernbedürfnisses), einer Stufe der Schwierigkeiten (Wahrnehmung der Grenzen bisheriger Mittel zur Problemlösung) und einer Stufe der Lösungen. Zech (1977) und Bruder (1991) griffen diese Ideen auf und forderten zudem eine flexiblere Gewichtung und Chronologie dieser Stufen.

### **Ein mehrperspektivisches Strukturierungsmodell nach Kernprozessen**

Im Rahmen des KOSIMA-Projektes wurde ein Strukturierungsmodell entwickelt, das sich als ein Design von Lehr-Lernarrangements eignet als auch für das praktische Unterrichtshandeln situationsspezifische Entscheidungen ermöglicht. Unterschieden werden dabei im Wesentlichen die folgenden vier *Kernprozesse* (Barzel et al. 2011; Leuders & Prediger 2012):

- den Kernprozess des **Anknüpfens** an Vorerfahrungen und Interessen,
- den Kernprozess des **Erkundens** neuer Zusammenhänge,
- den Kernprozess des **Ordnen**s als Systematisieren und Sichern,
- den Kernprozess des **Vertiefens** durch Üben und Wiederholen.

Diese Kernprozesse beschreiben keine starre Chronologie, sondern dienen der Unterscheidung von Unterrichtssituation nach drei Perspektiven:

- didaktische Funktion im Lehr-Lernprozess (**didaktische Perspektive**)
- kognitive Aktivitäten der Lernenden (**kognitive Perspektive**)
- Qualität der Erkenntnisprozesse (**epistemologische Perspektive**)

In epistemologischer Perspektive interessiert die Qualität der durch die kognitiven Aktivitäten ausgelösten Erkenntnisprozesse. Nur wenn diese Qualitäten passend sind, kann sich die intendierte didaktische Funktion durch entsprechende kognitive Aktivitäten auch einlösen. Die epistemologische Perspektive betont zudem, dass nicht nur im wissenschaftlichen, sondern auch im pädagogischen Kontext das authentische Erleben mathematischer Erkenntnisprozesse möglich und wünschenswert ist (vgl. Leuders 2003 „prozessorientierter Mathematikunterricht“).

Im Lehrwerk *Mathewerkstatt* (Barzel et al. 2012ff) dienen die genannten Kernprozesse der (für Lehrende und Lernende gleichermaßen transparenten) Strukturierung, welche durch eine Reihe von Strukturmerkmalen des Schulbuches, Aufgabenqualitäten, methodischen Unterrichtsarrangements und Moderationsformen getragen wird.

## Kernprozess des Anknüpfens

*Didaktische Funktion:* Lehrende diagnostizieren Vorwissen, aktivieren lebensweltliche Vorstellungen der Lernenden (Lengnink et al. 2011) und geben eine Voraussorientierung durch Kernfragen (Leuders et al. 2011).

*Kognitive Aktivitäten:* Lernende erinnern sich, äußern erste Intuitionen, stoßen auf Schwierigkeiten, werfen Fragen auf (vgl. „Kernideen“ nach Galin & Ruf 1998).

*Epistemologische Qualität:* Das Aufgreifen von Wissen und Erfahrungen und das Entwickeln von Problembewusstsein dient der Ermöglichung von Kumulativität und Selbststeuerung im Erkenntnisprozess.

*Strukturelemente* des Schulbuches, die dieses unterstützen, sind beispielsweise bildlich eingeführte sinnstiftende Kontexte (Leuders et al. 2011) und situativ aufgeworfene Fragen. Die Abbildungen zeigen jeweils Beispiele zur Abgrenzung der Konzepte Flächeninhalt / Umfang (aus Holzäpfel et al. 2012).



## Kernprozess des Erkundens

*Didaktische Funktion:* Problemhaltige intentionale Situationen dienen dem Aufbau von Begriffen, Entwickeln von Verfahren und Herausarbeiten von Zusammenhängen (Freudenthal 1973; Hußmann 2002; Leuders et al. 2012).

*Kognitive Aktivitäten:* Lernende lösen Probleme, untersuchen mathematische Muster und Phänomene der inner- und außermathematischen Umwelt.

*Epistemologische Qualität:* Das mathematische Erkunden von Situationen dient dem individuellen Erfinden von bisher unbekanntem „mathematischen Werkzeugen“ und dem Entdecken bisher verborgener Zusammenhänge.

Stützende *Strukturelemente* über die Erkundungsaufgaben hinaus können methodische Arrangements bieten, die die individuelle Kreativität und den kooperativen Austausch begünstigen (vgl. Barzel et al. 2007) sowie Lehrerimpulse zur Stützung des Entdeckungsprozesses (z.B. „Das ist eine gute Frage!“).



## Kernprozess des Ordners

*Didaktische Funktion:* Individuelle Erkenntnisse werden mit der „fertigen Mathematik“ verknüpft und langfristig verfügbar gemacht.

*Kognitive Aktivitäten:* Die Balance zwischen konvergenzerzeugender Einengung und individueller Aktivität stellen „Aneignungshandlungen“ her, das sind Tätigkeiten des Zuordnens, des Ergänzens von Beispielen, des Erklärens, usw. Dieser neue Aufgabentyp wurde im KOSIMA-Projekt entwickelt (Prediger et al. 2011).

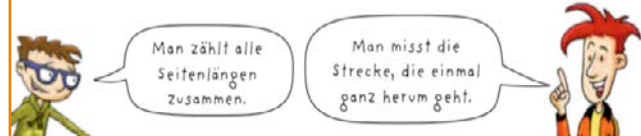
*Epistemologische Qualität:* Fertige Mathematik entsteht durch Ordnen, d.h. durch Systematisieren und Sichern der gefundenen/erfundenen Zusammenhänge und Begriffe. Dieser Kernprozess stellt den entscheidenden Konnex zwischen individueller Erkundung und regulärer Mathematik dar, fokussiert also auf das Regularisieren.

*Strukturelemente:* Ergebnisse werden in Aufgaben zum konvergenzerzeugenden Ordnen produziert und können in einem Wissensspeicher langfristig festgehalten werden.

**Flächeninhalt und Umfang unterscheiden**

Bei den Pinguinbecken im Zoo haben die vier Freunde gesehen, dass manche Flächen einen längeren Rand haben als andere. Zur Länge des Randes sagt man auch *Umfang*.

Jeder der vier Freunde beschreibt einen Rechenweg.  
Welcher der Rechenwege passt zum Flächeninhalt und welcher passt zum Umfang?  
Zeichnet und berechnet jedes Mal ein Beispiel.



Man zählt alle Seitenlängen zusammen.

Man misst die Strecke, die einmal ganz herum geht.

Zum Kernprozess des **Vertiefens** verweisen wir aus Platzgründen auf Publikationen zum Üben (vgl. Übersicht bei Leuders 2009).

## Fazit

Auch wenn natürlich andere Strukturierungsmodelle denkbar sind (Schulz 1996, S. 153f zählt 26 auf), hat sich das hier verwendete für das *Design von Lehr-Lernarrangements* mehrfach bewährt: Bei der Erarbeitung des Lehrbuchs diente es als theoretische Rahmung für die Konstruktion von adäquaten Aufgaben (Büchter & Leuders 2005) und Lernsequenzen. Die kernprozessspezifische Auswahl von Methoden (Barzel et al. 2007), Strukturelementen und Differenzierungsansätzen (Leuders & Prediger 2012, Hußmann et al. 2013) ermöglichen eine epistemologisch treffsichere unterrichtliche Einbettung. Für das praktische *Unterrichtshandeln* ist insbesondere die angebotene Phasentransparenz hilfreich, um den beteiligten Lehrenden und Lernenden eine Orientierung über den Erkenntnisprozess zu geben und so Impulse und ad hoc Entscheidungen epistemologisch passend zu treffen.

## Literatur

(nur in der elektronischen Fassung des Artikels auf der Webseite: [www-ko-si-ma.de](http://www-ko-si-ma.de))

- Aebli, H. (1983). Zwölf Grundformen des Lehrens. Eine Allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage, Stuttgart: Klett-Cotta.
- Barzel, B., Büchter, A., & Leuders, T. (2007). Mathematik-Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T. & Prediger, S. (2012) (Hrsg.). Mathewerkstatt 5. Berlin: Cornelsen. (Ebenso mit anderer Hrsg-Namenreihenfolge Klasse 6-10).
- Barzel, B., Prediger, S., Leuders, T., & Hußmann, S. (2011). Kontexte und Kernprozesse – Ein theoriegeleitetes und praxiserprobtes Schulbuchkonzept. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Münster: WTM Verlag, 71-74.
- Bruder, R. (1991). Unterrichtssituationen - ein Modell für die Aus- und Weiterbildung zur Gestaltung von Mathematikunterricht. In: Wissenschaftliche Zeitschrift der Brandenburgischen Landeshochschule Potsdam, Heft 2, 129-13.
- Büchter, A., & Leuders, T. (2005). Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Freudenthal, H. (1973). Mathematik als pädagogische Aufgabe. Bd. 1. Stuttgart: Klett.
- Gallin, P. & Ruf, U. (1998). Dialogisches Lernen im Mathematikunterricht. Seelze.
- Gudjons, H. (2008). Pädagogisches Grundwissen. 12. Auflage. Heilbrunn: Klinkhardt.
- Holzäpfel, Leuders, Marxer (2012). Lebensraum Zoo – Flächen und Räume vergleichen. In: Barzel, Hußmann, Leuders, Prediger (Hrsg.). Mathewerkstatt 6. Berlin: Cornelsen, 167-194.
- Hußmann, S. (2002). Konstruktivistisches Lernen an intentionalen Problemen. Mathematik unterrichten in einer offenen Lernumgebung. Hildesheim: Franzbecker.
- Hußmann, S., Barzel, B., Leuders, T., Prediger, S. (2013). Fachspezifische Differenzierungsansätze für unterschiedliche Unterrichtsphasen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht (in diesem Band), Münster: WTM Verlag.
- Lengnink, K., Prediger, S. & Weber, C. (2011). Lernende abholen, wo sie stehen – Individuelle Vorstellungen aktivieren und nutzen. In: Praxis der Mathematik in der Schule, 53(40), 2-7.
- Leuders, T. (2009). Intelligent üben und Mathematik erleben. In T. Leuders, L. Hefendehl-Hebeker & H.-G. Weigand (Hrsg.). Mathematische Momente. Berlin: Cornelsen, 130-143.
- Leuders, T., & Prediger, S. (2012). „Differenziert Differenzieren“ – Mit Heterogenität in verschiedenen Phasen des Mathematikunterrichts umgehen. In R. Lazarides & A. Ittel (Hrsg.). Differenzierung im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht - Implikationen für Theorie und Praxis. Heilbrunn: Klinkhardt Verlag, 35-66.
- Leuders, T., Hußmann, S., Barzel, B. & Prediger, S. (2011). „Das macht Sinn!“ Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen. In: Praxis der Mathematik in der Schule, 53(37), 2-9.
- Leuders, T., Prediger, S., Hußmann, S., & Barzel, B. (2012). Genetische Lernarrangements entwickeln - Vom Möglichem im Unmöglichem bei der Entwicklung der Mathewerkstatt. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Münster: WTM Verlag, 541-544.
- Prediger, S., Barzel, B., Leuders, T., Hußmann, S. (2011). Systematisieren und Sichern. Nachhaltiges Lernen durch aktives Ordnen. In: Mathematik lehren 164, 2-9.

- Roth, H. (1957). Pädagogische Psychologie des Lehrens und Lernens. Berlin: Schroedel.
- Schulz, W. (1996). Anstiftung zum didaktischen Denken. Weinheim: Beltz.
- Weinert, F.E. (1996). Lerntheorien und Instruktionsmodelle. In F.E. Weinert (Hrsg.). Enzyklopädie der Psychologie, Themenbereich D, Serie I, Band 2. Göttingen: Hogrefe, 1-48.
- Zech, F. (1998). Grundkurs Mathematikdidaktik. Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik, 9. Auflage. Weinheim: Beltz.