

Zur Rolle der Sprache beim Mathematiklernen - Herausforderungen von Mehrsprachigkeit aus Sicht einer Fachdidaktik

Prof. Dr. Susanne Prediger

Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, Dortmund

Mehrsprachigkeit als Herausforderung für den Mathematikunterricht

Lernende, deren Muttersprache nicht der Unterrichtssprache entspricht, haben auch in nicht-sprachbezogenen Unterrichtsfächern größere Schwierigkeiten, zu guten Schulerfolgen zu kommen, als diejenigen Lernenden, die in ihrer Muttersprache unterrichtet werden. Dieser Befund ist international immer wieder bestätigt worden und gilt auch für das Fach Mathematik. So zeigen etwa Heinze et al. (2009) in einer längsschnittlichen Erhebung zur Entwicklung der Rechenkompetenzen von knapp 300 Kindern mit und ohne Migrationshintergrund in den Klassenstufen 1–3 signifikante Unterschiede in den Testleistungen zwischen Kindern beider Gruppen. Dabei gibt es keine nennenswerten Angleichungseffekte im Verlauf der drei Jahre. Vergleicht man dagegen Kinder gleicher Sprachstände, sind dagegen keine Unterschiede der Gruppen in den Rechenleistungen mehr sichtbar. Die Autoren interpretieren daher einen genügenden Sprachstand in Deutsch (und nicht etwa die Zuwanderungsgeschichte per se) als entscheidende Voraussetzung für Schulerfolg im Mathematikunterricht.

Dass es Deutschland besonders schlecht gelingt, herkunftsbedingte individuelle Nachteile der Nicht-Passung zwischen Muttersprache und Unterrichtssprache in der Schule auszugleichen, zeigt auch der internationale Vergleich in der PISA-Studie 2006 (OECD 2007) in *Tabelle 1*.

Leistungen auf den Skalen Lesen und Mathematik in PISA 2006				
	Familiensprache ≠ Unterrichtssprache (d.h. Gruppe der Jugendlichen, deren überwiegende Familiensprache von Unterrichtssprache abweicht)		Familiensprache = Unterrichtssprache (d.h. Gruppen der Jugendlichen, deren überwiegende Familiensprache der Unterrichtssprache entspricht)	
	Durchschnittliche Punkte		Durchschnittliche Punkte	
	Lesen	Mathematik	Lesen	Mathematik
Österreich	436	442	500	515
Belgien	491	515	512	530
Dänemark	422	440	501	519
Frankreich	444	441	493	502
Deutschland	423	438	511	519
Griechenland	392	408	463	462
Luxemburg	485	494	511	525
Niederlande	438	472	512	536
Großbritannien	450	458	499	499
Norwegen	429	448	491	495
Schweiz	442	473	515	546
Australien	495	523	516	521
Kanada	504	522	534	531
Neuseeland	485	522	529	526
USA	n.a.	440	n.a.	480
OECD Durchschnitt	450	467	498	504

Tabelle 1 (PISA 2006, OECD 2007, S. 120, www.oecd.org/dataoecd/30/62/39704344.xls, Table 4.3b)

In Tabelle 1 sind die durchschnittlichen Punkte in den Skalen Mathematik und Lesen für zwei Gruppen von 15-Jährigen in verschiedenen Ländern abgetragen: Zur ersten Gruppe gehören diejenigen, die angegeben haben, in der eigenen Familie überwiegend eine von der Unterrichtssprache abweichende Sprache zu sprechen, in der zweiten Gruppe diejenigen, deren Familiensprache der Unterrichtssprache entspricht (einbezogen sind neben der Unterrichtssprache alle offiziellen Sprachen des Landes). Auf der Skala Lesen zeigt sich im OECD-Durchschnitt ein Unterschied von 450 zu 498 Punkten, auf der Skala Mathematik von 467 zu 504 Punkten. Der Unterschied ist im Fach Mathematik also nur wenig niedriger als beim Lesen (Differenz 48 Punkte beim Lesen und 37 Punkte in Mathematik).

Deutschland steht mit einer herausragenden *Höhe des relativen Misserfolgs der Nicht-Muttersprachler* (gemessen als Differenz zu Muttersprachlern mit 88 und 81 Punkten) in den beiden Bereichen in der Spitzengruppe derjenigen Länder, denen es besonders schlecht gelingt, Schülerinnen und Schüler mit abweichender Familiensprache zu vergleichbaren Testleistungen wie die Muttersprachler zu bringen. Dieser Umstand liefert einen zentralen Anlass, sich mit der Rolle der Sprache für den fachlichen Schulerfolg auseinander zu setzen.

Angesichts der empirischen Datenlage ist nicht mehr die Frage, *ob* es im Hinblick auf Mehrsprachigkeit auch in den nicht-sprachbezogenen Fächern Handlungsbedarf gibt, sondern nur noch *wie* und durch *wen*. Dabei soll insbesondere auch die Frage in den Blick genommen werden, was Fachlehrerinnen und -lehrer für Mathematik zu der Thematik wissen sollten.

Sprachförderung – Querschnittsaufgabe oder auch fachspezifische Aufgabe?

Angesichts der empirischen Nachweise, dass der Sprachstand in der Unterrichtssprache zur ursächlichen Hürde für den Schulerfolg in allen Fächern werden kann, wird in den letzten Jahren zu Recht gefordert, dass jeder Fachunterricht einen Beitrag zur Aneignung der mündlichen und schriftlichen Unterrichtssprache auf hohem, bildungssprachlichem Niveau leisten muss (wie viele Beiträge in diesem Band betonen). Die so formulierte *Querschnittsaufgabe* der Sprach- und Leseförderung in allen Fächern hat sich auch in der Entscheidung der nordrhein-westfälischen Landesregierung niedergeschlagen, im neuen Lehrerausbildungsgesetz „Deutsch für Schülerinnen und Schüler mit Zuwanderungsgeschichte“ als Gegenstand der Ausbildung für Lehramtsstudierende *aller* Fächer festzulegen (MSW 2009, Ausgestaltungsvorschläge dazu in Baur et al. 2009).

Die Relevanz dieser *Querschnittsaufgabe* der Sprach- und Leseförderung in allen Fächern klärt allerdings noch nicht die Frage, ob die Ausbildung aller Studierender in diesen Bereichen auch Aufgabe der *Fachdidaktiken* ist, oder ob sie (analog zu allgemein-didaktischen Querschnittsaufgaben) einer allgemeinen fachunabhängigen Ausbildung (der Disziplin Deutsch als Zweitsprache) überlassen werden kann.

Um die Forderung zu untermauern, dass sich auch die Fachdidaktiken mit den Herausforderungen fachlichen Lernens unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit auseinander setzen sollten und entsprechende Aspekte in die fachdidaktische Lehrerausbildung zu integrieren sind, müsste also die folgende zentrale Frage geklärt werden:

Was ist das Fachspezifische an der Beziehung zwischen fachlichem Lernen und sprachlichem Lernen?

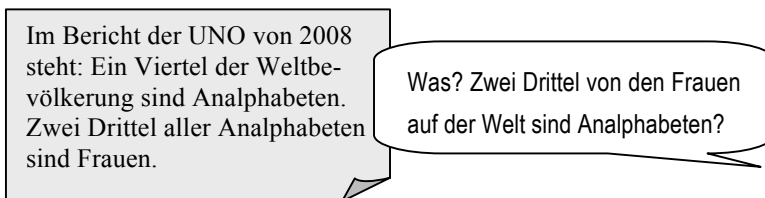
In den internationalen Untersuchungen und Diskussionsbeiträgen zum Mathematiklernen für Nicht-Muttersprachler (einen Überblick bieten etwa Barwell 2009 und Barwell/Kaiser 2005)

finden sich unterschiedlichen Positionen zur Klärung des fachspezifischen Beitrags, die durch zwei komplementäre Denkrichtungen charakterisiert werden können:

- *Was ist der spezifische Beitrag der Mathematik zum Sprachlernen?*
- *Welche Bedeutung haben Unterrichts- und Muttersprache für das Mathematiklernen?*

Was sind spezifische Beiträge der Mathematik zum Sprachlernen?

Der Mathematikdidaktiker Peter Gallin und der Deutschdidaktiker Urs Ruf haben ihre jahrzehntelange fächerintegrierende Kooperation auf die Beobachtung gegründet, dass die Mathematik sich im besonderen Maße eignet, um für zentrale Charakteristika von (Bildungs-)sprache zu sensibilisieren (Gallin / Ruf 1998). Die Mathematik leistet dies, indem sie zum einen Anlässe für die präzise Beschreibung von Sachverhalten bietet (diesen Aspekt betonen Gallin / Ruf 1998), und zum anderen, indem sie Darstellungsmittel zu Erfassung der Sachverhalte auch jenseits des verbalen Registers bereit stellt (vgl. Sjuts 1999). Dies soll an folgender Beispielsituation illustriert werden:



Mathematikhaltige Aussagen wie in diesem Zeitungsausschnitt zu verstehen, erfordert nicht nur bildungssprachliche Vokabeln (allgemeine Vokabeln wie Analphabet, UNO und mathematische Vokabeln wie Drittel, Viertel) oder allgemeine Texterschließungsstrategien, sondern auch die Fähigkeit zur Decodierung komplexer grammatikalischer Strukturen wie die Genetiv-Nominalgruppe „Zwei Drittel aller Analphabeten“.

Doch auch wer die Konstruktion decodieren könnte, wie z.B. zu „Zwei Drittel von allen Analphabeten sind Frauen“, kann dem angedeuteten Missverständnis noch erliegen. Notwendig ist über die sprachliche Dekodierung hinaus die verständige Nutzung bereichsspezifischer mathematischer Konzepte, hier der Konzepte „Teil“ und „Ganzes“, die für das Umgehen mit Brüchen tragend sind: Die Aussage des Zeitungsausschnitts bezieht sich auf die Gruppe der (weiblichen und männlichen) Analphabeten als das Ganze und auf die Gruppe der Analphabetinnen als ein Teil davon. Die zweite Aussage dagegen versteht die Gruppe der Analphabetinnen als Teil eines anderen Ganzen, nämlich der Gruppe aller Frauen. Der Anteil $\frac{2}{3}$ bezieht sich jedoch auf die erstgenannte Teil-Ganze-Beziehung.

Eine solche komplexe semantische Beziehung rein verbal zu klären, ist allerdings kognitiv sehr anspruchsvoll. In einem sprachsensiblen Mathematikunterricht werden daher gerade für Schülerinnen und Schüler mit sprachlichem Förderbedarf in Deutsch nicht nur mathematische Begriffe wie Teil – Ganzes – Anteil angeboten, sondern auch non-verbale Darstellungsmittel, um die Situation einfacher zu klären:

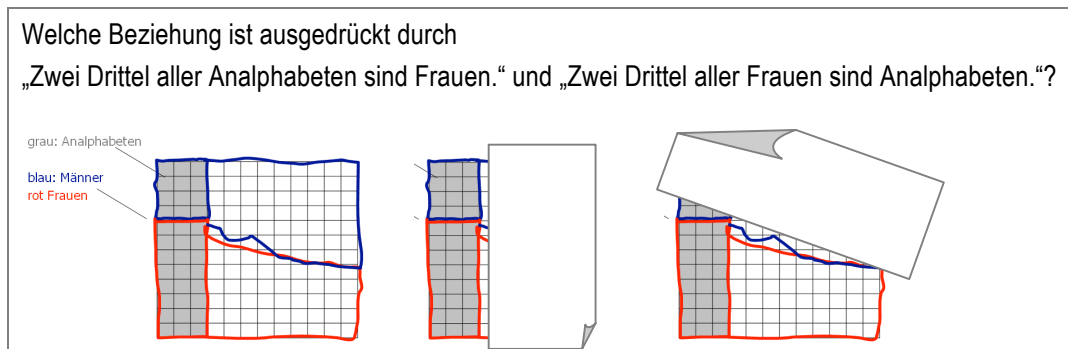


Abb. 2: Bilder helfen, die Bedeutung mathemathaltiger Aussagen zu verstehen

Abbildung 2 zeigt in der linken Zeichnung die vollständige Information der obigen Aussage, dabei steht das ganze Quadrat für die Weltbevölkerung, der graue Teil für die (weiblichen und männlichen) Analphabeten. Der rot umrandete, grau unterlegte Teil des Bildes steht für die (weiblichen) Analphabetinnen. Durch Abdecken von nicht relevanten Bereichen des Bildes lässt sich die Frage zuspitzen, auf welche Teil-Ganzes-Beziehung sich die Aussage „ $2/3$ der Analphabeten sind Frauen“ bezieht: Während im rechten Bild die Analphabetinnen zur Menge aller Frauen in Beziehung gesetzt werden, bezieht sich die Zeitungs-Aussage auf das mittlere Bild, in der die Analphabetinnen zu allen Analphabeten (männlichen und weiblichen Geschlechts) in Beziehung gesetzt werden. Gerade Kinder mit Schwierigkeiten beim präzisen verbalen Ausdruck finden über solche Darstellungen einen möglichen Zugang zur präzisen Bedeutung der Aussage und zur Frage „Teil von welchem Ganzen?“.

Mit Hilfe der gegebenen Anteilsinformationen kann sogar der zahlenmäßige Anteil der Analphabetinnen an allen Frauen richtig rekonstruiert werden. Rechnerisch ist dies etwa durch folgende Überlegung möglich: $2/3$ von $1/4$ sind $2/12$, also sind $2/12$ der Weltbevölkerung Analphabetinnen. Der Anteil der Analphabetinnen ($2/12$ der Weltbevölkerung) an allen Frauen ($6/12$, nämlich die Hälfte der Weltbevölkerung) sind gerade $1/3$ (nämlich 2 von 6 Zwölfteln). Auch für diese Rekonstruktion des Anteils lässt sich das Bild zur Vereinfachung nutzen: von den insgesamt 144 Kästchen im Bild sind 24 Analphabetinnen und 72 Frauen, also sind $24/72 = 1/3$ der Frauen Analphabetinnen.

Bruchrechnenunterricht kann zur Aufklärung von sprachlichen Feinheiten wie der Frage „Teil von welchem Ganzen?“ dann erfolgreich beitragen, wenn er nicht nur Rechenfertigkeiten trainiert, sondern geeignete Vorstellungen (hier: Bei Anteilen kommt es immer darauf an, was das Ganze ist.) und Darstellungen (hier: Wie lassen sich Anteilsbeziehungen zeichnen?) bereit stellt (vgl. Prediger 2006 zu Vorstellungen und Darstellungen in der Bruchrechnung).

Auch über den konkreten Beispielbereich hinaus kann ein *sprachfördernder* Mathematikunterricht einen substantiellen Beitrag leisten zur Sensibilisierung für drei wichtige Aspekte in Bezug auf Bildungssprache (vgl. Cummins 1979, für Mathematik auch Borgioli 2008):

1. Die Bedeutung der Genauigkeit von Sprache,
2. die Bedeutung der Strukturwörter (auf das „von was?“ kommt es hier an; dass die Relevanz der Strukturwörter vielen nichtdeutschen Muttersprachlern oft nicht bewusst ist, zeigen für die Mathematik Kaiser/Schwarz 2009) und
3. die Möglichkeit der Nutzung geeigneter non-verbaler (illustrativer) Darstellungsmittel zur präzisen Erfassung des Gemeinten.

Entscheidende Voraussetzung, damit ein sprachfördernder Mathematikunterricht dies leisten kann, ist ein Fokus auf inhaltliches Denken anstatt nur auf dem Rechnen, bei dem die Entwicklung mathematischer Begriffe (Prediger 2009) sowie die regelmäßige Anregung zur sorgfältigen Sprachproduktion und -rezeption (Maier/Schweiger 1999, Kap. 4.3) im Vordergrund stehen.

Welche Bedeutung haben Unterrichts- und Muttersprache für das Mathematiklernen?

Wenn man über die Fachsprache und die dahinter liegenden Konzepte bereits verfügt, ist die Aneignung eines fremdsprachlichen Fachvokabulars eine sehr überschaubare Anforderung, weil die mathematische Fachsprache eng abgegrenzt ist und (selbst bei zahlreichen impliziten Fachwörtern) mit einem relativ kleinen Wortschatz auskommt. Dies ist zum Beispiel bei Auslandssemestern die stets gemachte Erfahrung von Mathematikstudierenden. Ebenso ist auch in der Schule die Wortschatzarbeit nicht die zentrale Herausforderung, sondern die *Begriffsentwicklung* auf der semantischen und pragmatischen Seite hinsichtlich ihres Nutzens zum Erfassen von Welt (Freudenthal 1983, S. 28).

Der Aufbau inhaltlicher Vorstellungen zu den mathematischen Begriffen ist eine zentrale fachdidaktische Herausforderung, deren Nichtbewältigung dem (oft zu wenig auf Verstehen fokussierten) Unterricht allerdings immer wieder bescheinigt werden muss. Seit einigen Jahren wird daher in der Mathematikdidaktik der verständnisorientierten Begriffsentwicklung eine größere Aufmerksamkeit gewidmet (Prediger 2009).

Viele der auf Verstehen gerichteten mathematikdidaktischen Ansätze weisen der Verbalisierung mathematischer Sachverhalte in der Umgangssprache dabei eine große Rolle zu (Hußmann 2003). Dem schon von Wagenschein (1977, S. 102) beschriebenen Weg von der singulären eigenen „Sprache des Verstehens“ (Umgangssprache) zur regulären „Sprache des Verstandenen“ (Fachsprache) haben insbesondere Gallin und Ruf (1998) durch die Arbeit an individuellen Lerntagebüchern in ihrem konstruktivistischen, didaktischen Konzept besonderen Nachdruck verliehen.

Wie jedoch sind solche Wege der Begriffsbildung vom singulären zum regulären für diejenigen Schülerinnen und Schüler zu gestalten, für die die Unterrichtssprache nicht die eigene Erstsprache, sondern die Zweit- oder Drittsprache ist? (Für diejenigen Lernenden, bei denen auch der Erwerb der Erstsprache noch nicht vollständig vollzogen ist, muss auf das vorige Kapitel verwiesen werden.)

Viele internationale Publikationen zum Mathematiklernen in einer nicht der Muttersprache entsprechenden Unterrichtssprache machen auch in anderen didaktischen Konzepten darauf aufmerksam, dass die Muttersprache einen entscheidenden Schlüssel zum verständnisorientierten Erwerb fachsprachlicher Begriffe darstellen kann und belegen dies durch vielfältige empirische Untersuchungen zu zweisprachigen Lernprozessen oder Hintergründen erfolgreicher Lernender (z. B. Moschkovich 2005, Clarkson 2006, Barwell 2009).

Die Muttersprache als Ressource für das Lernen in den Mathematikunterricht einzubeziehen ist daher in vielen Ländern eine gängige Forderung (z. B. Moschkovich 2005, Clarkson 2006, Barwell 2009, Setati/Duma 2009), die in der deutschsprachigen Diskussion bisher relativ wenig ausgeprägt ist (mit wenigen Ausnahmen, wie etwa der Erprobung einer ersten zweisprachigen

Förderung mit türkischsprachiger Mathematiklehrerin für Kinder einer deutschen Grundschule bei Rudolph-Albert et al. 2009).

Die künftige Diskussion um die Rolle der Sprache im Mathematikunterricht sollte sich daher nicht auf den Aspekt der Deutsch-Förderung im Mathematikunterricht allein beschränken, sondern auch Wege suchen, die Muttersprache als Ressource (im Sinne der „Sprache des Verstehens“) einzubeziehen, selbst wenn die Lehrkräfte diese Muttersprache nicht sprechen. Denn der für Schulerfolge wichtige Zugang zur Sprache sollte im Fachunterricht nicht-sprachlicher Unterrichtsfächer nicht über den Zugang zum Fach gestellt werden.

Ausbildungsnotwendigkeiten für Lehrkräfte nicht-sprachlicher Unterrichtsfächer

Aus den sehr vorläufigen Überlegungen dieses Beitrags lassen sich erste Konsequenzen ziehen für die Ausbildungsnotwendigkeiten für Lehrkräfte mit Unterrichtsfächern der mathematisch-naturwissenschaftlichen Domäne (die verkürzende Bezeichnung „nicht-sprachliche Fächer“ wird hier gewählt, obwohl natürlich auch in Fächern dieser Domäne Sprache als Lernmedium und als Lerngegenstand eine große Bedeutung hat, s.o.). Sie sollen in Form von Thesen formuliert werden.

1. *These:* Alle Lehrkräfte, auch die mit nicht-sprachlichen Unterrichtsfächern, sollten auf die Herausforderungen fachlichen Lehrens und Lernens unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit professionell vorbereitet werden.
2. *These:* Alle Lehrkräfte, auch die mit nicht-sprachlichen Unterrichtsfächern, brauchen ein sprachdidaktisches Elementarcurriculum, das zum Beispiel die Unterscheidung zwischen Sprechen, Hören, Lesen, Schreiben sowie zwischen Fachsprache, Bildungs- und Umgangssprache und ihren jeweiligen Charakteristika ebenso umfasst wie Basiskategorien zur Beschreibung von Sprache (Wortarten, Satzbau, Laute, Silben, Intonation, orthographische Prinzipien, sprachliches Handeln) und vielfältige Ansätze zur Sprachdiagnose und Sprachförderung.
3. *These:* Das sprachdidaktische Elementarcurriculum muss sich in seiner Inhaltsauswahl konsequent auf diejenigen sprachdidaktischen Aspekte konzentrieren, die tatsächlich relevant sind für einen erfolgreichen Zugang zum Fachunterricht; Orthographie und allgemeinsprachliche Syntax gehören zum Beispiel nicht dazu. Die Auswahl bedarf der fachspezifischen Aushandlungsprozesse zwischen DaZ-Experten, Fachdidaktiken und praxiserfahrenen Lehrkräften der jeweiligen Fächer.
4. *These:* Viele derzeit diskutierte Ansätze zur Sprachförderung im Fachunterricht fokussieren zu einseitig auf die Entwicklung der (deutschsprachigen) Fachsprache, während zu wenige Ansätze vorliegen, wie die Unterrichtssprache und die Muttersprache als Ressource für Zugänge zum Fach konsequent einbezogen werden kann. Diesbezüglich gibt es dringenden weiteren Entwicklungs- und Forschungsbedarf.

Literatur

- Barwell, Richard (2009): Multilingualism in Mathematics Classrooms - Global Perspectives. Multilingual Matters, Bristol et al.
- Barwell, Richard / Kaiser, Gabriele (2005): Mathematics education in culturally diverse classrooms, in: ZDM 37(2), 61-63.
- Baur, Rupprecht / Becker-Mrotzek, Michael et al. (2009): Modul „Deutsch als Zweitsprache“ (DaZ) im Rahmen der neuen Lehrerbildung in Nordrhein-Westfalen, Stiftung Mercator, Essen.
- Borgioli, Gina M. (2008): Equity for English Language Learners in mathematics classrooms, in: Teaching children mathematics, 15(3), 185-191.
- Clarkson, Philip (2006): Australian Vietnamese students learning mathematics: high ability bilinguals and their use of their languages, in: Educational Studies in Mathematics, 64, 191-215.
- Cummins, Jim (1979): Cognitive academic language proficiency, linguistic interdependence, the optimum age question and some other matters. Working Papers on Bilingualism, No. 19, 121-129.
- Freudenthal, Hans (1983): Didactical Phenomenology of mathematical structures, Kluwer, Dordrecht.
- Gallin, Peter / Ruf, Urs (1998): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz, Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung, Seelze.
- Heinze, Aiso / Reiss, Kristina / Rudolph-Albert, Franziska / Herwartz-Emden, Leonie / Braun, Cornelia (2009): The development of mathematical competence of migrant children in German primary schools, in: Tzekaki, M. / Kaldrimidou, M. / Sakonidis, H. (Hrsg.): Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3, PME, Thessaloniki, 145-152.
- Hußmann, Stephan (2003): Umgangssprache - Fachsprache, in: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematikdidaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II, Cornelson Scriptor, Berlin, S. 60-74.
- Kaiser, Gabriele / Schwarz, Inga (2009): Können Migranten wirklich nicht rechnen? Zusammenhänge zwischen mathematischer und allgemeiner Sprachkompetenz, in: Schüler. Themenheft Migration, 68-69.
- Maier, Hermann / Schweiger, Fritz (1999): Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Unterricht, oebv und hpt Verlagsgesellschaft, Wien.
- Ministerium für Schule und Weiterbildung (2009): Gesetz zur Reform der Lehrerbildung vom 12. Mai 2009, in: Gesetz- und Verordnungsblatt für das Land Nordrhein-Westfalen – Nr. 14 vom 25.5.2009.
- Moschkovich, Judit (2005): Using two languages when learning mathematics, in: Educational Studies in Mathematics, 64, 121-144.
- OECD (2007): Science Competencies for Tomorrow's World: Volume 2: Data (PISA 2006), OECD, Paris.
- Prediger, Susanne (2006): Vorstellungen zum Operieren mit Brüchen entwickeln und erheben. Vorschläge für vorstellungsorientierte Zugänge und diagnostische Aufgaben, in: Praxis der Mathematik in der Schule 48 (11), 8-12.
- Prediger, Susanne (2009): Inhaltliches Denken vor Kalkül – Ein didaktisches Prinzip zur Vorbeugung und Förderung bei Rechenschwierigkeiten, in: Fritz, Annemarie / Schmidt, Siegfert (Hrsg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sek. I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden, Beltz, Weinheim, 213-234.
- Rudolph-Albert, Franziska / Karaca, Deniz / Ufer, Stefan / Heinze, Aiso (2009): Sprachliches und fachliches Lernen im Mathematikunterricht, in: MNU Primar, 129-131.
- Setati, Mamokgethi / Duma, Bheki (2009): When language is transparent: Supporting mathematics learning multilingual contexts, in: Tzekaki, M./ Kaldrimidou, M./ Sakonidis, H. (Eds.): Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME, Thessaloniki, Vol. 5, 65-72.
- Sjuts, Johann (1999): Mathematik als Werkzeug zur Wissensrepräsentation. Theoretische Einordnung, konzeptionelle Abgrenzung und interpretative Auswertung eines kognitions- und konstruktivismusgeleiteten Mathematikunterrichts, Schriftenreihe des Forschungsinstituts für Mathematikdidaktik, Osnabrück.
- Wagenschein, Martin (1977): Verstehen lehren, Beltz, Weinheim.