

Diagnose als Grundlage für individuelle Förderung im Mathematikunterricht

Susanne Prediger, Christoph Selter, Universität Dortmund

[\(Vorversion eines Beitrags für Schule NRW 60 \(2008\) 3, S. 113-116\)](#)

Unser Ausgangspunkt: Bei Leistungsfeststellungen sollte nicht die Kontroll- und Auslesefunktion, sondern die Entwicklungsfunktion im Vordergrund stehen. Diagnose im Alltag soll also dazu dienen, Schülerleistungen zu verstehen und einzuschätzen mit dem Ziel, angemessene pädagogische und didaktische Entscheidungen zu treffen. Demnach gilt es, Lernentwicklungen und Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler vor dem Hintergrund ihrer individuellen Vorerfahrungen einerseits und der verbindlichen Anforderungen andererseits zu dokumentieren, um zielgerichtet individuelle Lernprozesse anregen zu können.

Blick in die Praxis: Der Mathebriefkasten

Einen regelmäßigen Einblick in individuelle Leistungsstände erhält eine Lehrkraft beispielsweise, durch Einsatz eines sogenannten „Mathebriefkastens“. Das ist ein mit gelbem Papier beklebter Schuhkarton mit Schlitz. In diesen Briefkasten werfen die Kinder individuelle Aufgabenbearbeitungen, die nicht mehr als fünf bis zehn Minuten in Anspruch genommen haben sollten. Vorab hat die Lehrkraft am Ende – oder in Ausnahmefällen auch am Beginn – einer Unterrichtsstunde, eines Tages oder einer Lerneinheit eine Karteikarte oder ein Arbeitsblatt ausgeteilt. Darauf notieren die Schülerinnen und Schüler zunächst Namen und Datum sowie die Antwort auf eine Frage oder die Bearbeitung einer Diagnoseaufgabe.

Die Art der Aufgabenstellung hängt natürlich davon ab, was im Zusammenhang mit dem bereits durchgeführten oder dem bevorstehenden Unterricht erhoben werden soll. Sie kann sich beispielsweise auf die Verfügbarkeit von Kenntnissen oder Fertigkeiten, das Verständnis von Verfahren oder Konzepten oder die Ausprägung von Haltungen oder Einstellungen beziehen. Beispielaufgaben für die Primarstufe können sein:

- Schreibe auf, wie du 701-698 rechnest.
Schreibe dann noch einen weiteren Rechenweg auf.
- Schreibe fünf Malaufgaben mit dem Ergebnis 1000 auf.
- Erkläre, warum bei der Addition von zwei ungeraden Zahlen immer eine gerade Zahl herauskommt.
- Schreibe auf, was du heute gelernt hast.
- Schreibe eine Frage oder eine Idee auf, die du zur heutigen Stunde (zu einem bestimmten Lerninhalt) hast.

Im folgenden Beispiel hatte eine Lehrerin eine dritte Klasse neu übernommen. Zu Beginn des Schuljahres stellte sie den Kindern die beiden Aufgaben 54-36 und 71-68. Bewusst stellte sie zwei Aufgaben mit Zehnerübergang, von denen eine auch gut durch Ergänzen (von 68 bis 71) lösbar war. Abb. 1 zeigt eine repräsentative Auswahl von insgesamt elf Eigenproduktionen.

Die Lehrerin überprüfte die einzelnen Lösungen zum einen darauf hin, ob richtige Ergebnisse erzielt wurden. Sie schaute sich jedoch vor allem die Rechenwege an und konnte so feststellen, dass einige Kinder wie etwa Victor (2), die Ergebnisse 22 und 17 erzielten, weil sie „Zehner minus Zehner“ und „Einer minus Einer“ rechneten, dabei stets die kleinere von der größeren Zahl subtrahierten und danach die Teilergebnisse addierten.

$\begin{array}{r} 54-36=18 \\ 50-30=20 \\ 6-4=2 \\ \hline 71-68=3 \\ 70-60=10 \\ 8-1=7 \end{array}$ <p>1 Tim</p>	$\begin{array}{r} 54-36=22 \\ 71-68=17 \end{array}$ <p>2 Victor</p>	$\begin{array}{r} 54-36=18 \\ 71-68=3 \end{array}$ <p>3 Chiara</p>	$\begin{array}{r} 54-36=12 \\ 71-68=8 \end{array}$ <p>4 Maximilian</p>
$\begin{array}{r} 54-36=13 \\ 50-30=20 \\ 6-4=3 \end{array}$ <p>5 Sarah</p>		$\begin{array}{r} 54-36 \\ 50-30=20 \\ 4-6=2 \end{array}$ <p>6 Hannah</p>	$\begin{array}{r} 54-36=22 \\ 71-68=3 \end{array}$ <p>7 Cem</p>
$\begin{array}{r} 54-36=18 \\ 50-30=20 \\ 30+20=50 \\ 36+18=54 \\ 20-6+4=18 \\ \hline 71-68=13 \\ 60+20=70 \\ 70-60=20 \\ 20-8+1=13 \\ 68+13=71 \end{array}$ <p>8 Lissy</p>	$\begin{array}{r} 50-30=20 \\ 86-1=5 \\ 51-36=25 \\ 70-60=10 \\ 8-1=7 \\ 71-68=178 \end{array}$ <p>9 Rene</p>	$\begin{array}{r} 54-36=18 \\ 30-50=20 \\ 4-6=2 \\ \hline 71-68=3 \\ 60-70=10 \\ 1-8=7 \end{array}$ <p>10 Jenny</p> $\begin{array}{r} 54-36=18 \\ 50-30=20 \\ 4=24-6=78 \\ \hline 71-68=3 \\ 70-60=10 \\ +1=11-8=3 \end{array}$ <p>11 Michael</p>	

Abbildung 1: Ergebnisse aus einer Klasse 3

Andere Kinder wie etwa Tim (1) zeigten sich in der Lage, virtuos mit dieser Strategie zu operieren. Beide Kinder hatten sie von der Addition, wo sie gut funktioniert, auf die Subtraktion übertragen.

Konsequenter Weise wurde nach dieser Diagnose die Strategie im Unterricht nochmals ausführlich thematisiert.

Bei manchen Kindern führten aber auch nicht Verständnis-, sondern Rechenfehler (siehe (8) Lissy oder (5) Sarah) oder Abschreibfehler (siehe (9) René) zum falschen Resultat. Nicht unmittelbar einsichtig war der Lehrerin, welches Ergebnis René bei der zweiten Aufgabe angeben wollte. Sie fragte ihn am nächsten Tag, ebenso bat sie auch Maximilian (4), seine Vorgehensweise mit Hilfe der Strich-Punkt-Darstellung für Einer und Zehnerzahlen (siehe Abb. 1) zu erläutern. Hier zeigten sich Probleme im Gebrauch dieser als Veranschaulichung gedachten Darstellung, die in einem Gespräch behoben werden konnten.

Manche Kinder notierten ihre Rechnung nicht vollständig, wie Hannah (6), die nur ihre Teilergebnisse und nicht das Endergebnis festhielt. Andere Kinder schrieben nur die Ergebnisse, aber nicht die Vorgehensweise auf. Die Lehrerin sprach mit den Kindern, dass die Notation eines Lösungswegs in manchen Fällen wichtig ist, damit andere verstehen können, wie das Kind gedacht hat. Außerdem wurde in den Folgestunden anhand weiterer Aufgaben über ‚geschickte‘ oder ‚weniger geschickte‘ Rechenwege reflektiert – in Abhängigkeit vom Zahlenmaterial, aber auch von eigenen Vorlieben oder Kompetenzen. Zudem wurden das Dokumentieren, das konventionsgerechte Notieren und das gegenseitige Vorstellen von Rechenwegen geschult.

Vorteile neuer diagnostischer Methoden

Lehrkräfte diagnostizieren natürlich schon immer - etwa mit Hilfe von Klassenarbeiten – hier aber im Wesentlichen in der Rückschau. Der Mathebriefkasten erlaubt es mit vertretbarem Aufwand bei gut ausgewählten Aufgaben viel über das Denken der Schülerinnen und Schüler zu erfahren: vor der Behandlung einer Unterrichtseinheit, im Anschluss daran oder auch zwischendurch.

Neben dem Zeitpunkt der Diagnose muss auch der Diagnosegegenstand wohl überlegt sein. Will eine Lehrkraft vorhandene Fähigkeiten oder Schwierigkeiten sensibel diagnostizieren, muss sie über mathematische Kenntnisse und Fertigkeiten hinaus das verstehensorientierte Umgehen mit Begriffen und Verfahren, die

Aufgabe:

Eine Kerze ist 10 cm lang und brennt laut Packung pro Minute 0,2 cm herunter. Nach wie

10cm → 0,2cm pro min
 9,8 → 1min 9,6 → 2min 9,4 → 3min
 9,2 → 4min 9,0 → 5min 8,8 → 6min 8,6 → 7min 8,4 → 8min
 8,2 → 9min 8,0 → 10min 7,8 → 11min 7,6 → 12min
 7,4 → 13min 7,2 → 14min 7,0 → 15min
 6,8 → 16min 6,6 → 17min 6,4 → 18min
 6,2 → 19min 6,0 → 20min 5,8 → 21min
 5,6 → 22min 5,4 → 23min 5,2 → 24min
 5,0 → 25min 4,8 → 26min 4,6 → 27min
 4,4 → 28min 4,2 → 29min 4,0 → 30min
 3,8 → 31min 3,6 → 32min 3,4 → 33min
 3,2 → 34min 3,0 → 35min 2,8 → 36min
 2,6 → 37min 2,4 → 38min 2,2 → 39min
 2,0 → 40min 1,8 → 45min 1,6 → 50min
 1,4 → 54min 1,2 → 60min 1,0 → 60min

Antwort: Die Kerze endet nach 1 Std., also 60min

Abbildung 2: Dividieren oder subtrahieren? Aufgabe und Lösung einer Neuntklässlerin

zugrunde liegenden inhaltlichen Vorstellungen, Sätze und Regeln und die prozessbezogenen Kompetenzen wie Argumentieren, Modellieren und Problemlösen einbeziehen. Ein Beispiel dazu: Um zu erfahren, ob alle Kinder einer Klasse eine Dezimalzahl durch eine natürliche Zahl teilen können, kann man sie natürlich eine entsprechende Aufgabe rechnen lassen, zum Beispiel:

Berechne $22,6 : 5$.

Viel informativer ist die Aufgabe, wenn sie um einen Verbalisierungsauftrag ergänzt wird:

Wie berechnest Du $22,6 : 5$?
Schreibe eine Erklärung für Maja auf, die krank war.

Offene Verbalisierungsaufträge oder Fehlersuchaufgaben geben besseren Aufschluss, wie sicher das Verfahren bereits durchdrungen wird, und wo möglicherweise noch Schwierigkeiten liegen. Ob allerdings das Dividieren auch in Sachkontexten angemessen angewandt werden kann, lässt sich an dieser Aufgabe nicht sehen.

Typische Schwierigkeiten in der Identifikation von Sachsituationen, die durch Division erfassbar sind, zeigt etwa die Lösung einer Neuntklässlerin in Abbildung 2. Die Schülerin kam nicht auf die Idee zu dividieren, um herauszubekommen, wie oft die 0,2 cm in die 10 cm passen. Sie scheiterte dabei nicht an ihren Rechenfertigkeiten zur Division, sondern an der fehlenden inhaltlichen Vorstellung des Dividierens als „passen-in“. Annas individueller Lösungsweg über wiederholtes Subtrahieren hätte zwar auch zum richtigen Ziel führen können, doch verrechnete sie sich beim Zusammenfassen des 50fachen Subtrahierens von 0,2.

Individuelle Förderung müsste hier an der Weiterentwicklung ihrer inhaltlichen Vorstellungen ansetzen, nicht allein am Kalkül, ein vielfach bestätigter Befund. Doch bei welchen inhaltlichen Vorstellungen kann die Lehrkraft die Schülerin wirklich abholen?

Ein alltagstaugliches Aufgabenformat für die Diagnose individueller inhaltlicher Vorstellungen sind die Umkehrungen des in Abbildung 2 genutzten Aufgabenformats: Gegeben ist ein Rechenterm, finde dazu eine Sachsituation.

Abbildung 3 zeigt Versuche von Lernenden aus Klasse 9, zu einer linearen Funktionsgleichung eine Sachsituation anzugeben. Sabeth ignoriert die Bedeutung der Variable, Clara dagegen zeigt in ihrer Antwort, dass sie die Zahl 5 als Anfangswert und die 0,2 als Änderung

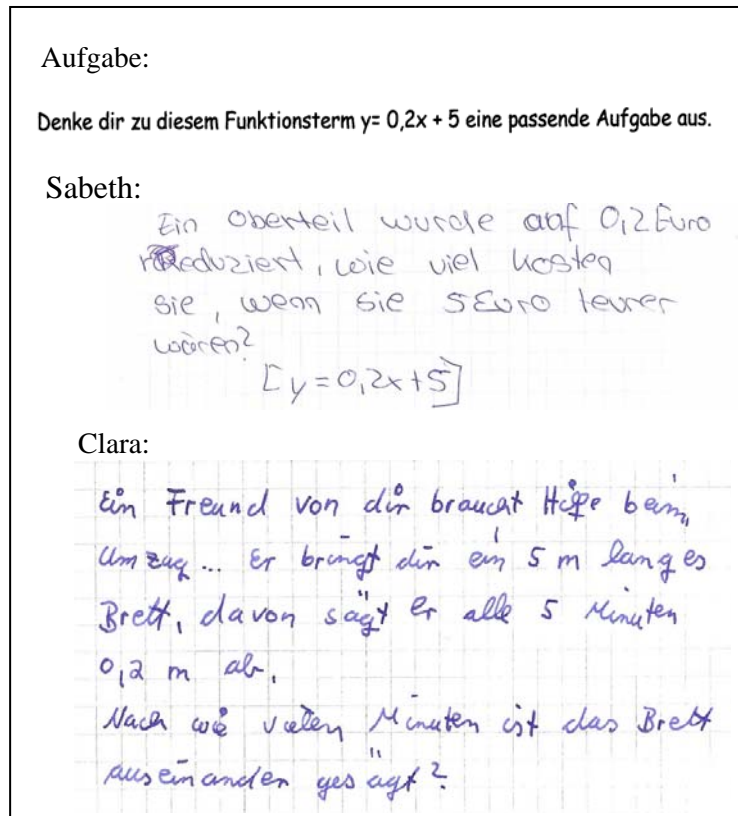


Abbildung 3: Sachaufgaben finden – ein hilfreiches diagnostisches Aufgabenformat

deuten kann. Ausbaufähig ist das Nachdenken über die Richtung der Änderung. Das wäre vermutlich mit einem herkömmlichen Aufgabenformat nicht aufgefallen.

Fazit

Empirische Analysen zeigen, dass nach wie vor – zumindest in den Sekundarstufen – die Diagnose im Wesentlichen auf Klassenarbeiten beschränkt ist und zudem viele Klassenarbeiten stark auf rein technische Fertigkeiten fokussiert sind. Das Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts (IEEM) unterstützt die Entwicklung stärker auf inhaltliches Denken und prozessbezogene Kompetenzen bezogener Diagnoseinstrumente und eines reichhaltigen Diagnose-Repertoires sowohl durch grundlegenden Forschungsarbeiten als auch zahlreiche Kooperationsprojekte mit Schulen.

In diesem Beitrag konnten Einblicke in relevante Entwicklungen für die Primar- und Sekundarstufe I gegeben werden. Es wurde gezeigt, wie eine alltagstaugliche, systematische Diagnose die begründete Basis für die zielgerichtete Anregung individueller Lernprozesse bilden kann - und wie wichtig die fachdidaktische Frage ist, was überhaupt diagnostiziert werden soll.

Literatur

- T. Leuders, S. Hußmann, S. Prediger, „Schülerleistungen verstehen – Diagnose“, in: Praxis der Mathematik in der Schule 15, 2007, S. 1-8.
- B. Sundermann, Ch. Selter. Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Berlin. CVK, 2006.
- B. Sundermann, Ch. Selter „Pädagogische Leistungskultur: Mathematik in den Klassen 3 und 4“, in: H. Bartnitzky et al. Hrsg. Pädagogische Leistungskultur. Band 121/4. Frankfurt: Grundschulverband 2006.