

Die Mischung macht's...

Unterrichtsstrukturen für individualisiertes Lernen am Beispiel „Plus und Minus“

Susanne Prediger

Vorfassung eines Artikels aus Praxis der Mathematik in der Schule 49 (2007) 17

Zusammenfassung: Individualisierung ist nicht nur eine Frage der Sozialformen, sondern auch geeigneter Unterrichtsstrukturen, in denen sich die Lernenden eigenverantwortlich bewegen können. Am Beispiel der Unterrichtseinheit „Plus und Minus – Mit negativen Zahlen umgehen“ in Klasse 7 wird aufgezeigt, wie eine individualisierte Lernkultur durch eine abgestimmte Mischung von unterschiedlichen Materialien, Methoden und Strukturen etabliert werden kann, und zwar auch mit dem eingeführten Schulbuch.

Der Heterogenität der Schülerschaft mit zunehmender Individualisierung zu begegnen, ist eine inzwischen oft wiederholte Forderung, der wir uns in dem Schulbegleitforschungsprojekt „Eigenverantwortliches Lernen auf vielfältigen Wegen“ an der (integrierten) Gesamtschule Mitte in Bremen gerne für einige Unterrichtseinheiten angeschlossen haben (vgl. Prediger / Bialek / Fernholz / Heckmann / Kraatz-Röper / Vernay 2006).

Doch mit der Begeisterung für die Grundidee kommen auch viele Fragen auf: Können die Lernenden die Eigenverantwortung für ihr Lernen überhaupt übernehmen? Unter welchen Bedingungen können sie das? Und wie kann dies ohne riesige Materialschlacht gehen?

Gerade weil eine Aktivierung der einzelnen Schülerinnen und Schüler eindrucksvolle und bislang oft unausgeschöpfte Potentiale freisetzen kann, schien dem Projektteam eine Stärkung der eigenverantwortlichen Arbeit der richtige Weg. Es zeigte sich jedoch schnell: Eine erfolgreiche Übertragung der Verantwortung an die Lernenden ist nur möglich, wenn sie durch geeignete Unterrichtsstrukturen eine klare Orientierung bzgl. Rahmen und Ziel ihrer selbstständigen Arbeit haben. Wie Strukturelemente wie Checks, Checklisten und Arbeitspläne dabei helfen können, soll in diesem Artikel am Beispiel einer Unterrichtseinheit gezeigt werden.

Die Einheit ist ein Baustein von mehreren Bausteinen des Schulbegleitforschungsprojekts. Sie wurde in drei siebten Klassen der integrierten Gesamtschule erprobt, die alle bereits etwas Erfahrung mit selbstständiger Arbeit hatten. Alle Materialien der Bausteine sind über die PM Online-Ergänzungen zugänglich.

Mit dem Schulbuch geht's auch

Lässt sich individualisierendes Lernen eigentlich immer nur mit großen Materialschlachten organisieren? Unsere Erfahrung: mit einem guten Schulbuch geht es auch, wenn die Unterrichtsstrukturen geschaffen werden.

In der Unterrichtseinheit „Plus und Minus – mit negativen Zahlen umgehen“, die hier vorgestellt werden soll, haben wir mit dem Kapitel „Plus und Minus“ aus dem Schulbuch Mathe live 7 (Emde u.a. 1999) gearbeitet, das von dem Projektteam-Mitglied Rüdiger Vernay entwickelt wurde. Es bietet nicht nur Rechenrezepte, sondern auch Raum zum Aufbau von inhaltlichen Vorstellungen zu negativen Zahlen und ihren Rechenoperationen.

Dazu werden Vorerfahrungen mit negativen Zahlen spielerisch aufgegriffen und anschließend systematisiert und vertieft. Durch die Spiele „Guthaben-Schulden“ und „Hin und Her“ (vgl. Eschweiler / Barzel 2006, die auch von der Arbeit mit diesen Spielen berichten, sowie hier Abb. 1) werden zwei alternative inhaltliche Modelle zum Addieren und Subtrahieren negativer Zahlen angeboten, um den Lernenden verschiedene Zugangsweisen zu ermöglichen. Erst nach dieser „axiomatischen“, d. h. hier an Spielregeln orientierten Einführung der Rechenoperationen (wie bei Hefendehl-Hebeker 1989 vorgeschlagen) werden Realitätsbezüge in den Mittelpunkt gestellt.

Aufbau der Unterrichtseinheit Plus und Minus im Überblick



	Inhalt	Methode / Sozialform	Material
1	Vorerfahrungen aktivieren: Negative und positive Spielpunkte intuitiv zusammenzählen	Spiel „Ziemlich negativ“ in Gruppen Auswertung im Klassengespräch	Spiel Buch S. 8
2	Mit der Zahlengerade umgehen	Spiel „Auf Zahlen treten“ im Klassenverband Gruppenpuzzle zur Festigung individuelle Arbeitsplanarbeit	Spiel Buch S. 9 Aufgaben S. 9 Arbeitsplan Teil 1 Check „Zahlengerade“
3	Positive und negative Zahlen ordnen	individuelle Arbeitsplanarbeit	Arbeitsplan Teil 2 Check „Größer/kleiner“
4	Beschreibung außermathematischer Phänomene mit negativen Zahlen (Temperatur, Höhen, ...)	Gruppenarbeit: für einige Recherche mit anschließender Präsentation (evtl. Portfolio)	Arbeitsplan Teil 3
5	Modelle für Addition und Subtraktion ganzer Zahlen	zwei verschiedene Spiele arbeitsteilig in Gruppen gegenseitige Vorstellung in Paaren	Spiele Guthaben-Schulden / Hin und Her Buch S. 14/15
6	Rechenregeln für Addition und Subtraktion ganzer Zahlen	Zusammenführung der Modelle beider Spiele durch Lehrervortrag Übung in individueller Arbeitsplanarbeit	Power-Point-Präsentation in Anlehnung an Buch S. 16 Arbeitsplan Teil 4 Check „Kreuzzählrätsel“)
7	Konsolidierung der Kenntnisse (d. h. Aufarbeitung der in Checks festgestellten Schwierigkeiten) oder Vertiefung an herausfordernden Beispielen	individuelle Arbeitsplanarbeit (ggf. mit intensiver Betreuung) oder individuelle Arbeit mit anschließender Präsentation	für Aufarbeitung: alle relevanten Seiten im Buch für Vertiefung: S.18/19,Aufgaben 16 – 22

Kasten 1

Ablauf der Einheit

Alle Kinder haben längst Vorerfahrungen mit negativen Zahlen, diese Grundannahme bestätigt das Spiel „Ziemlich negativ“ in der 1. Phase (vgl. Kasten 1), in dem Lernende intuitiv negative und positive Spielpunkte zusammenzählen. Dieser Erfahrung folgen zwei Sequenzen im Klassenverband, in denen die aktivierten Vorerfahrungen ausgewertet und die Zahlengerade eingeführt wird. Nachdem zunächst individuelle Anknüpfungspunkte geschaffen wurden, werden dabei die Erfahrungen gesammelt und durch die Zahlengerade konsolidiert (vgl. Einführungsartikel).

Der Umgang an der Zahlengerade wird durch Übungsaufgaben gefestigt, deren Bearbeitung die Lernenden in einem kleinen Gruppenpuzzle kommunizieren. Damit wird eine erste Sicherheit im Umgang mit der Zahlengerade hergestellt, bevor die Lernenden in eine längere Phase der individuellen Arbeitsplanarbeit gehen. Paul sagte, „Das ist klasse, ich hab gemerkt, ich kann das erklären!“

In der Arbeitsplanarbeit (2. und 3. Phase, vgl. Kasten 1) hat die Lehrkraft Spielraum zur intensiven Einzelberatung und Beobachtung. Dass dies auch nötig ist, zeigen gerade die „strukturschwachen“ Schülerinnen und Schüler, die erst noch lernen müssen, mit den Freiräumen umzugehen. Gerade für sie geben die Checks (s.u.) eine schnelle Rückmeldung, dass ihr Arbeitsstil so nicht zum Erfolg führen kann.

Um nicht in ein rein mechanisches Abarbeiten zu verfallen, wird in der 4. Phase Wert auf einen weiteren Wechsel der Arbeitsform gelegt, ohne die Eigenaktivität zu vernachlässigen: Die Anwendung des Gelernten auf realitätsbezogene Aufgaben wird für die stärkeren Lernenden zu ausführlicheren Recherche-Aufgaben ausgebaut, deren Ergebnisse vor der Klasse präsentiert werden.

In der 5. Phase eignen sich die Lernenden zwei verschiedene Vorstellungs-Modelle zur Interpretation von Addition und Subtraktion negativer Zahlen durch zwei verschiedene Spiele an: Bei Hin und Her deuten sie die Subtraktion negativer Zahlen durch orientierte Bewegungen (siehe Abb. 1), bei Guthaben und Schulden durch das Zurückgeben von Schuldscheinen. Sie erleben spielerisch, dass dies dasselbe ist wie Guthaben erhalten (denn $-(-10) = +(+10)$). Nach Gruppenmischung stellen sich jeweils zwei Paare in einer Auswertung „face to face“ gegenseitig ihr Spiel vor und spielen gemeinsam beide Spiele durch, damit sie beide Vorstellungsmodelle gut kennenlernen und individuell ein bevorzugtes auswählen können, auf das sie später zurückgreifen.

Hin und Her – Ein Spiel für 2 bis 4 Personen

Mit Spielfiguren wird reihum gewürfelt und gezogen.

Beim Rechenzeichenwürfel bedeutet

- + stelle deine Figur so, dass sie in positive Richtung schaut
- „stelle deine Figur so, dass sie in negative Richtung schaut“

Beim Zahlenwürfel bedeutet z. B.

- +3 „gehe drei Felder vorwärts“
- 4 „gehe vier Felder rückwärts“

Gewonnen hat, wer zuerst zwei Spielsteine über die Zielfelder gebracht hat.

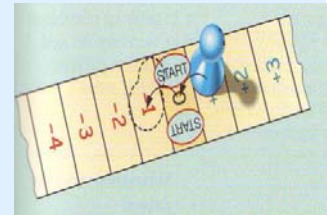


Abb. 1: Ein tragendes Spiel der Einheit (Emde et al. 1999, S. 14)

Um das bisher erworbene Regelwissen zusammenzufassen und zu systematisieren, werden in der 6. Phase in einem gestützten Lehrervortrag beide Vorstellungs-Modelle der Spiele zu abstrakten Rechenregeln zusammengeführt. Der lehrerzentrierte Charakter dieser Phase wird durch eine für diese Klassen ungewöhnliche frontal ausgerichtete Sitzordnung deutlich markiert.

Der darauffolgende Arbeitsplan Teil 4 dient zur abschließenden Festigung des Gelernten (Umgang mit den Rechenregeln in Addition und Subtraktion) und wird mit dem „End-Check“ abgeschlossen. Unser fachdidaktisches Interesse galt dabei der Frage, welches der Modelle die einzelnen bevorzugen würden, schließlich war das Angebot zweier Modelle auch als Neigungsdifferenzierung gedacht. Die meisten Lernenden entschieden sich für das Hin- und Her-Modell und nutzen dieses später auch für weitere Aufgaben. So argumentierte z.B. Benjamin später, „Also, das hier (Rechenzeichen) gibt immer das an in welche Richtung du guckst und das (Vorzeichen), in welche, wo du jetzt wirklich hingehst.“ (Schwenen 2006, S. 72).

Den Abschluss der Einheit bildet eine kurze 7. Phase der Konsolidierung, entweder zur Aufarbeitung von Schwierigkeiten aus den Checks oder zur Vertiefung für die Stärkeren, beides mit Hilfe von Aufgaben aus dem Buch.

Klare Strukturen durch Arbeitsplan, Checklisten und Checks

Arbeitsplan

Im Kern der Einheit steht die individualisierte Arbeit durch einen Arbeitsplan, der ein Lernen im eigenen Tempo ermöglichen soll. Kasten 3 zeigt einen Auszug des Arbeitsplans aus der dritten Arbeitsphase, in der die Lernenden aus einem Aufgabenpool auswählen sollen.

Der Leistungsvielfalt der integrierten Gesamtschulklasse werden wir besser gerecht durch eine explizite Differenzierung auf zwei Anforderungsniveaus, denen sich die Lernenden in Rücksprache mit den Lehrkräften in Klasse 7 immer wieder neu zuordnen können. Dabei hat das Erweiterungsniveau jeweils zusätzliche vertiefende Aufgaben, die über das Fundamentum des Grundniveaus hinausgehen.

Die Strukturierung der individuellen Arbeit durch den Arbeitsplan ermöglicht den Lernenden einen langfristigen Überblick über die Anforderungen, so dass sie sich die Arbeit eigenständig einteilen können. (Lisa: „Klasse, dann mach ich alles heute, nächste Woche hab ich bestimmt keine Lust.“)

So bietet der Arbeitsplan eine wichtige Methode für individualisiertes Arbeiten, und viele Grundschulen machen uns schon länger vor, wie erfolgreich und selbständig Kinder damit arbeiten können.

Arbeitsplan Teil 2 : Positive und negative Zahlen ordnen	
Grundniveau	Erweiterungsniveau
<p>Lies dir die obere Hälfte der Seite 12 konzentriert durch; auch die drei Beispiele. Auf Seite 12, Aufgaben 1 – 6 findest du Übungsaufgaben. Bearbeite so viele davon wie du brauchst, um sicher positive und negative Zahlen der Größe nach ordnen zu können.</p> <p>Hast du alles verstanden? Dann mache den Check „Größer / kleiner G“</p>	<p>Lies dir die obere Hälfte der Seite 12 konzentriert durch; auch die drei Beispiele. Auf Seite 12, Aufgaben 1 – 6 findest du Übungsaufgaben. Bearbeite so viele davon wie du brauchst, um sicher positive und negative Zahlen der Größe nach ordnen zu können.</p> <p>S.12 / 7 S.13 / 9 und 10. Lies dir dafür die Randspalte durch. Erkläre an einem Beispiel die Begriffe „Betrag“, „Vorzeichen“ und „Gegenzahl“. Schreibe alles übersichtlich auf ein Extrablatt.</p> <p>Hast du alles verstanden? Dann mache den Check „Größer / kleiner E“</p>



Kasten 3

Gleichwohl ist die Einführung eines Arbeitsplans keineswegs ein Selbstläufer: Zwar schafft er wichtige Freiräume, bietet aber keine Gewähr dafür, dass Lernende die übertragene Eigenverantwortung auch *zuverlässig übernehmen können*. In den meisten Klassen wird wohl Lisa eher eine Ausnahmeerscheinung bleiben, die meisten Lernenden dagegen müssen die Selbstlernkompetenz erst sukzessive aufbauen und brauchen dazu geeignete Rahmenstrukturen.

In Kasten 2 sind verschiedene Aspekte aufgeführt, über die Lernende Transparenz haben müssen, auch bei produktorientierten Unterrichtssequenzen wie der Facharbeit „Mein Traumzimmer“ (vgl. Einführungsartikel). Für die hier vorgestellte Einheit haben sich Checks und Checklisten neben dem Arbeitsplan als die bedeutsamsten Strukturelemente erwiesen:

Checklisten

Mit Checks und Checklisten als *Elemente der Selbstdiagnose und Strukturierung der eigenständigen Arbeit* haben wir zunächst bei der Sicherung von Basiswissen Erfahrung gewonnen (vgl. Fernholz/Prediger 2007) und sie später auf Unterrichtseinheiten zur Neuerarbeitung wie hier übertragen.

Die zu erwerbenden Kompetenzen werden dabei in *Checklisten* explizit niedergeschrieben, damit Lehrende und Lernende sich nicht nur am „Abarbeiten von Aufgaben“ orientieren müssen, sondern tatsächlich an den *Zielen* der Lernprozesse (vgl. Kasten 4). Immer wieder haben wir erlebt, wie wichtig diese Transparenz der Ziele in der Kommunikation mit den Lernenden ist.

Schülerinnen und Schüler können durch die Auseinandersetzung mit der Checkliste eine explizitere Bewusstheit dafür erlangen, was sie eigentlich in der Einheit lernen sollen und überprüfen, ob sie die Anforderungen bereits erfüllen oder noch weiteren Übungsbedarf haben. Dazu werden prozessbezogene und inhaltsbezogene Kompetenzen explizit aufgeführt, hier auf zwei Anforderungsniveaus.

Klare Strukturen geben Orientierung

Eigenverantwortlich Lernende brauchen klare Strukturen und Transparenz über

- angestrebte Lernziele:
Was kann ich in dieser Einheit lernen?
→ z. B. durch Checkliste mit explizierten Lernzielen
- erwartetes Arbeitsergebnis:
Was muss ich dazu erstellen / zeigen?
→ z. B. durch Checks oder definiertes Endprodukt
- Arbeitsprozess:
Was muss ich wann tun, um dorthin zu gelangen?
→ klare längerfristige Arbeitsanweisungen mit festen Zwischenstationen z. B. auf Arbeitsplan
- verfügbare Arbeitsmittel:
Wo finde ich das, was ich zum Arbeiten brauche?
→ gut zugängliche Materialien (Bücher, Arbeitsblätter, Nachschlagewerke, Plakatpapier, Lösungen zur Selbstkontrolle etc.)
- Rückmeldung:
Was kann ich schon, was noch nicht?
→ z. B. durch Lernberichte, verbale Rückmeldungen über Arbeitsprozess und -ergebnis

Kasten 2



Checkliste zu Plus und Minus

	Da bin ich mir sicher. Das kann ich.	Da bin ich fast sicher. Ich rechne noch einige Aufgaben.	Da bin ich unsicher. Das übe ich noch weiter.	Das kann ich gar nicht.
Ich kann Beispiele nennen, bei denen negative Zahlen eine Rolle spielen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kann positive und negative Zahlen auf der Zahlengeraden ablesen und markieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kann begründen, warum eine Zahl kleiner ist als eine andere.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kann rationale Zahlen addieren und subtrahieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kann mir Rechenaufgaben mit rationalen Zahlen mit Hilfe der Spiele „Guthaben – Schulden“ oder „Hin und Her“ verdeutlichen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Kasten 4: Auszug einer Checkliste, vollständige Fassung s. hinten

Durch die schriftliche Fixierung lassen sich in der individuellen Beratung auch weitere Differenzierungen der Zielsetzungen für einzelne Schüler vornehmen: „Lars, lass die siebte Kompetenz einfach weg und konzentriere dich auf die neunte, das ist das wichtigste für dich.“

Exkurs zur möglichen Bedeutung von Checklisten für schulinterne Curricula

Gleichzeitig bieten die Checklisten durch ihre schriftliche Fixierung auch den Lehrkräften eine hilfreiche Orientierung über die Grundanforderungen im inhalts- und prozessbezogenen Bereich, denn sie erhöhen die Reflexion über die Inhalte und schärfen den Blick auf die prozessbezogenen Kompetenzen (dies betonen auch Vernay/Puscher 2006). In vielen Schulen sind sie Gegenstand der kollegialen Beratung in der Fachkonferenz und damit aus unserer Sicht ein wichtiger Bestandteil des schulinternen Curriculums.

Zwar erfordert die Erstellung und Überarbeitung der Checklisten für alle (oder zunächst ausgewählte) Unterrichtseinheiten im ersten Jahr Mehrarbeit, doch sie helfen immens bei der Fixierung vergleichbarer Anforderungen. Schon im Folgejahr zahlt sich die Arbeit dann für den nächsten Jahrgang aus.

Checks

Wie sollen Zwölfjährige wissen, ob sie einer in der Checkliste formulierten Anforderung bereits genügen? Die nicht immer einfache Selbsteinschätzung wird unterstützt durch die Konkretisierung in kleinen Selbstdiagnostetests, sogenannten Checks. In der Einheit Plus und Minus können die Schülerinnen und Schüler bereits nach kleineren Abschnitten damit überprüfen, ob sie die jeweils abschnittsweise geforderten Ziele erreicht haben.

Dies ist insbesondere bei Arbeitsplänen mit Aufgabenpools wichtig (vgl. Kasten 3), wenn Lernende Aufgaben auswählen sollen. Denn der Arbeitsauftrag „Bearbeite so viele davon wie du brauchst, um sicher positive und negative Zahlen der Größe nach ordnen zu können.“, ist ohne eine solche Orientierungshilfe für einige Lernende nur schwer erfüllbar. Anna z. B. rechnet zur Sicherheit alle angebotenen Aufgaben, obwohl sie sie längst beherrscht, Niklas dagegen springt immer sehr schnell zum Check und sieht erst dort, dass er sich intensiver mit den Aufgaben beschäftigen müsste. Gerade für Niklas sind schnelle Rückmeldungen wichtig, Anna dagegen wird von der Lehrkraft rechtzeitig zum Check geschickt.

Auch die eigenständige Selbstkontrolle und Weiterplanung mit Check und Checkliste klappt bei den Lernenden unterschiedlich schnell und muss individuell gehandhabt werden. Durch die Gegenzeichnung der selbständig ausgewerteten Checks behält die Lehrkraft zu Beginn den Überblick, bei wem Hilfestellung oder Beratung bzw. Eingreifen notwendig ist.

Vielfalt von Methoden und Sozialformen

Gerade weil die individualisierte Arbeit am Arbeitsplan nicht für alle Lernenden gleichermaßen leicht zu bewältigen ist und wir trotz Individualisierung auch nicht die für das Verständnis so wichtige Kommunikation vernachlässigen wollen, wird die Einzelarbeit in der Einheit in eine *ausgewogene Balance* zur Arbeit im Klassenverband und zu Gruppenarbeiten gebracht. Durch kurze Klassengesprächsphasen wird in den Phasen 1 und 2, sowie in Phase 6 und 7 immer wieder das zu erarbeitende Wissen zusammengeführt und bei Bedarf vertieft, auch häufiger auftauchende Fragen werden gemeinschaftlich beantwortet. So können sich die Lernenden hinreichend rückversichern und die Lehrenden Impulse an alle geben.

Die Balance in den Sozialformen wird durch eine *Vielfalt der Methoden* ergänzt: Mit der Mischung aus Arbeitsplan, Spielen, frontalen Präsentationen von Lehrkraft und Lernenden sowie einem kleinen Gruppenpuzzle soll zum einen den unterschiedlichen Lernsituationen einer dreiwöchigen Einheit Rechnung getragen werden, zum anderen gerade durch die Abwechslung unterschiedliche Lerntypen bedient werden (Weinert 1997). Die unterschiedlichen Präferenzen in den Methoden und Sozialformen ist Siebtklässlern wie Hassan durchaus bewusst: „Ich mach ja lieber so für mich, dann versteh ich’s am besten. Aber Selimcan z. B., der diskutiert lieber an der Tafel, da kann er glänzen. Und Kim, die spielt nicht gern, hat aber immer alles gleich durchschaut.“

Eigenverantwortung müssen alle erst lernen

Eine Unterrichtseinheit wie die hier vorgestellte erfordert von Lehrenden und Lernenden bereits etwas Erfahrung mit eigenverantwortlichem Arbeiten. Die Lernenden müssen Auswahlentscheidungen treffen, sich ihre Zeit einteilen, müssen Arbeitsaufträge selbständig lesen und bearbeiten können und sich dann gezielt Hilfe holen, wenn sie allein nicht mehr weiter kommen. Keine dieser Kompetenzen ist von Natur aus bei allen vorhanden, viele müssen erst langsam erarbeitet werden. Geeignete Unterrichtsstrukturen können dabei helfen. Die wiederholte Kommunikation mit den Lernenden über die benötigten Selbstlernkompetenzen ist ein wichtiger weiterer Baustein für einen sukzessiven Kompetenzaufbau.

Für die Lehrkräfte ist ein solcher Unterricht anders, weil sie weniger zentral führen, dafür mehr beobachten und durch individuelle Impulse im Hintergrund steuern. Auch in diese Rolle kann man nur langsam hineinwachsen, doch es lohnt sich, denn insgesamt wird der Unterricht dem einzelnen deutlich besser gerecht und bringt so alle weiter als im Gleichtakt.

Selbstverständlich ist diese Einheit nur eine Umsetzungsmöglichkeit unter vielen, und die nächste wird wieder anders gestaltet sein. Doch gleichwohl: Je länger wir im Projektteam die Lernenden in solch individualisierten Prozessen beobachtet und wahrgenommen haben, wie unterschiedlich und doch auf ihre Weise produktiv sie die Freiräume füllen, desto weniger können wir uns die permanente Arbeit im Gleichtakt noch vorstellen.

Anmerkung

An der Entstehung der hier beschriebenen Unterrichtseinheit und auch dieses Artikels haben alle Projektteammitglieder einen wichtigen Anteil, insbesondere Andreas Kraatz-Röper und Rüdiger Vernay. Für die konstruktive Zusammenarbeit in der Einheit sei ihnen ebenso herzlich gedankt wie Stefan Schwenen, der die Lernprozesse einer Klasse dokumentiert hat.

Die Unterrichtseinheit und weitere Ergebnisse des Schulbegleitforschungsprojekts finden sich unter <http://www.schule.bremen.de/schulen/gsm/seiten/projekte/gsm-mathe-projekt/index.htm>.

Literatur

- Emde, Christel, u.a. (1999): *Mathe live – Mathematik für Sekundarstufe I*, 7. Schuljahr, Klett, Stuttgart.
- Eschweiler, Marcel / Barzel, Bärbel (2006): *Negative Zahlen – positiv erleben! Eine Lernwerkstatt zur Einführung der negativen Zahlen*, in: *PM* 48(11), S. 13-21.
- Fernholz, Jutta / Prediger Susanne (2007): „... weil meist nur ich weiß, was ich kann!“ *Selbstdiagnose als Beitrag zum eigenverantwortlichen Lernen*, in: *PM* 49(15), S. 14-18.
- Hefendehl-Hebeker, Lisa (1989): *Erfahrungen mit den negativen Zahlen im Gymnasium*, in: *Mathematik lehren* 35, S. 48-58.
- Prediger, Susanne / Bialek, Susanne / Fernholz, Jutta / Heckmann, Lars / Kraatz-Röper, Andreas / Vernay, Rüdiger (2006): *Eigenverantwortliches Lernen auf vielfältigen Wegen - Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht*, Endbericht des Schulbegleitforschungsprojekts 165, Landesinstitut für Schule, Bremen.
- Schwenen, Stefan (2006): *Vorstellungsentwicklung bei den negativen Zahlen – theoretische Hintergründe und eine empirische Untersuchung*, Examensarbeit betreut von S. Prediger, Universität Bremen.
- Vernay, Rüdiger / Puscher, Regina (Hrsg.) (2006): *Mit Heterogenität umgehen*. MUEB Rundbrief Nr. 160, Appelhülsen.
- Weinert, Franz E. (1997): *Notwendige Methodenvielfalt. Unterschiedliche Lernfähigkeit der Schüler erfordert? variable Unterrichtsmethoden des Lehrers*, in: *Friedrich Jahresheft XIV: Lernmethoden – Lehrmethoden – Wege zur Selbständigkeit*, S.50-52.

Plus und Minus



Arbeitsplan Teil 1 (Mit der Zahlengeraden umgehen)

G-Niveau	E-Niveau
Seite 9, alle Aufgaben Seite 10/11, Aufg.1 und 2 Seite 10/11, Aufg.3 a; b Seite 10/11, Aufg.4 a; b Seite 10/11, Aufg.5 a; b; denke dir selber zwei ähnliche Aufgaben aus Seite 10/11, Aufg.6 a - d Seite 10/11, Aufg. 7 a; b	Seite 9, alle Aufgaben Seite 10/11, Aufg.1 und 2 Seite 10/11, Aufg.3 b; c; d Seite 10/11, Aufg.4 Seite 10/11, Aufg.5 denke dir selber zwei ähnliche Aufgaben aus Seite 10/11, Aufg.6 e - h Seite 10/11, Aufg. 7 c; d
Hast du alles verstanden? Dann mache den Check „Zahlengerade G-Niveau“	Hast du alles verstanden? Dann mache den Check „Zahlengerade E-Niveau“

Arbeitsplan Teil 2 (Positive und negative Zahlen ordnen)



G-Niveau	E-Niveau
Lies dir die obere Hälfte der Seite 12 konzentriert durch; auch die drei Beispiele. Auf Seite 12, Aufgaben 1 - 6 findest du Übungsaufgaben. Bearbeite so viele davon wie du brauchst, um sicher positive und negative Zahlen der Größe nach ordnen zu können.	Lies dir die obere Hälfte der Seite 12 konzentriert durch; auch die drei Beispiele. Auf Seite 12, Aufgaben 1 - 6 findest du Übungsaufgaben. Bearbeite so viele davon wie du brauchst, um sicher positive und negative Zahlen der Größe nach ordnen zu können. S.12 / 7 S.13 / 9 und 10. Lies dir dafür die Randspalte durch. Erkläre an einem Beispiel die Begriffe „Betrag“, „Vorzeichen“ und „Gegenzahl“. Schreibe alles übersichtlich auf ein Extrablatt.
Hast du alles verstanden? Dann mache den Check „Größer oder kleiner? G-Niveau“	Hast du alles verstanden? Dann mache den Check „Größer oder kleiner? E-Niveau“

Arbeitsplan Teil 3 (Vertiefung)



G-Niveau	E-Niveau
<p>Seite 13 / 13 oder 14 Bearbeite eine der Aufgaben. Schreibe deine Rechenwege und die Lösungen übersichtlich auf.</p>	<p>Wähle dir eine der folgenden Themen aus. Schreibe alles, was du herausgefunden hast, übersichtlich auf.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Zeitzonen (Buch S.11 unten; Atlas) • S.13 / 12. Informiere dich zusätzlich über den Jordan, den See Genezareth und das Tote Meer • Absoluter Nullpunkt der Temperaturskala: S.9 unten rechts; Suche nach weiteren Informationen in NW-Büchern oder im Internet • S.13 / 11. Suche weitere Informationen zur Blautopfhöhle

Arbeitsplan Teil 4 (Addieren und Subtrahieren von rationalen Zahlen)



G-Niveau	E-Niveau
<p>Du musst am Ende dieses Teils sicher rationale Zahlen addieren und subtrahieren können.</p> <p>Auf den Seiten 16 - 18 gibt es viele Übungsaufgaben dazu. Rechne bei jeder Aufgabe so viele Teilaufgaben, bis du sicher bist. Du brauchst nur Aufgaben ohne Punkt zu rechnen.</p>	<p>Du musst am Ende dieses Teils sicher rationale Zahlen addieren und subtrahieren können, dabei auch kompliziertere Rechnungen schaffen.</p> <p>Auf den Seiten 16 - 18 gibt es viele Übungsaufgaben dazu. Rechne bei jeder Aufgabe so viele Teilaufgaben, bis du sicher bist. Die hinteren Teilaufgaben sind oft schwieriger als die ersten. Für das E-Niveau musst du auch die Aufgaben mit Punkt beherrschen.</p>
<p>Hast du alles verstanden? Dann mache den Check „Kreuzzahlrätsel G-Niveau“</p>	<p>Hast du alles verstanden? Dann mache den Check „Rechnen mit rationalen Zahlen E-Niveau“</p>

Checkliste zu Plus und Minus



Name:

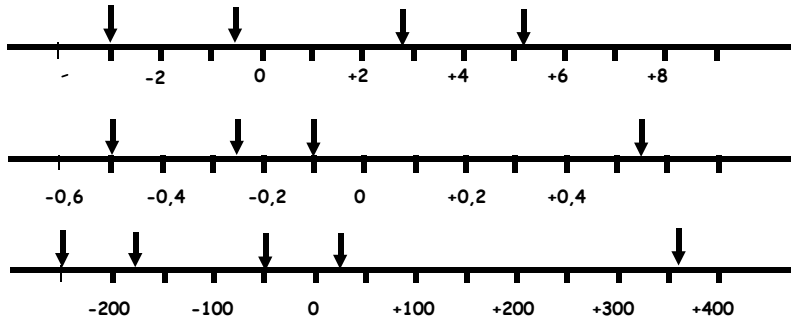
	Da bin ich mir sicher. Das kann ich.	Da bin ich fast sicher. Ich rechne noch einige Aufgaben.	Da bin ich unsicher. Das übe ich noch weiter.	Das kann ich gar nicht.
Ich kann Beispiele nennen, bei denen negative Zahlen eine Rolle spielen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kann eine Zeitzonekarte benutzen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kann positive und negative Zahlen auf der Zahlengeraden ablesen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kann positive und negative Zahlen auf der Zahlengeraden markieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kann positive und negative Zahlen der Größe nach ordnen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kann begründen, warum eine Zahl kleiner ist als eine andere.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kenne den Begriff „Rationale Zahlen“.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kann rationale Zahlen addieren und subtrahieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kann mir Rechenaufgaben mit rationalen Zahlen mit Hilfe der Spiele „Guthaben - Schulden“ oder „Hin und Her“ verdeutlichen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Zusätzlich für E-Niveau				
Ich weiß, was der Betrag einer Zahl ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich weiß, was eine Gegenzahl ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kann die Regeln zum Rechnen mit rationalen Zahlen erklären.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich kann auch kompliziertere Aufgaben mit rationalen Zahlen lösen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Plus und Minus



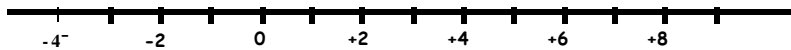
Check Zahlengerade G - Niveau

1. Welche Zahlen sind hier markiert?



2. Zeichne die Zahlen auf der Zahlengerade ein:

-2,4; -4,2; 8,7; -5,25; 9,05; -0,95



3. Du stehst auf der Zahlengeraden bei +2. Gehe 4 Schritte in negative Richtung. Wo stehst du jetzt? Gehe dann 7 Schritte in negative Richtung. Wo stehst du?

4. Welche Zahl liegt genau in der Mitte

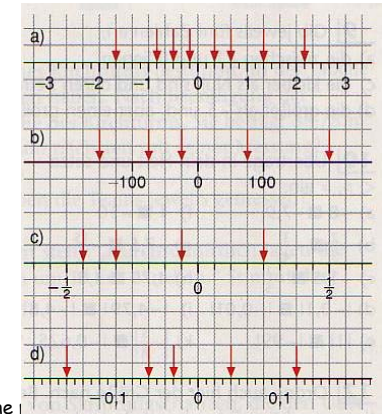
- a) zwischen 0 und -3
- b) zwischen +3 und -5
- c) zwischen -12 und -3 ?

Plus und Minus



Check Zahlengerade E - Niveau

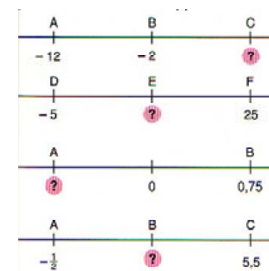
1. Welche Zahlen sind hier markiert?



2. Zeichne für jede Teilaufgabe a), b) und c) eine Zahlengerade ein.

- a) -0,5; 0,2; -0,05; -0,1; -0,15
- b) -10; -15,5; + 4,5; 2; -3,25
- c) -100; 1000; -550; 140; -1200

3. Wie heißen die Zahlen mit dem Fragezeichen? Bei manchen Aufgaben hilft es möglicherweise, eine Zahlengerade zu zeichnen und die Zahlen einzutragen. Vielleicht schaffst du es aber bei einigen auch mit „scharfem Hinsehen“.



- a) B liegt genau in der Mitte zwischen A und C.
- b) E liegt genau in der Mitte zwischen D und F.
- c) A ist genauso weit von der Null entfernt wie B.
- d) B liegt genau in der Mitte zwischen A und C.

4. Welche Zahl liegt genau in der Mitte

- a) zwischen 0 und -3
- b) zwischen +3 und -5
- c) zwischen -12,5 und -3,5
- d) zwischen -2,3 und +4,5 ?

Plus und Minus



Check Größer oder kleiner? G - Niveau

1. a) Setze die richtigen Zeichen < oder > :

- 3 -4
- +4 -1
- 0,3 -2,3
- +4 -0,5
- 4,5 -5,5

b) Schreibe für eine Antwort eine Begründung auf.

2. Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne immer mit der kleinsten.

- a) 7; -3; -2; +2; +21; -21; -2
- b) +1,6; -1,4; 0,1; 0,9; -1; -0,9

3. Fülle die Tabelle aus. Setze <, > oder =

Beispiel: +5 > -9
Schreibe in die Tabelle ein > für

	-7	
+5	>	

	-6	-2,9	+1
-11			
+2,9			
+0,8			

Plus und Minus



Check Größer oder kleiner? E - Niveau

1. Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten.

0,6; -0,4; 0,125; 0,99; -0,98; -0,39

2. Gib die um 4,9 kleinere Zahl an

- a) 0
- b) -19,3
- c) 2,22

3. a) Setze die richtigen Zeichen < oder > :

- 2,3 -0,3
- 0,4 0
- +4,5 +4,51
- 4,1 -4,01

b) Schreibe für eine Antwort eine Begründung auf.

4. Du solltest im Buch S.12, Aufgabe 7 machen.

- a) Welche Elemente hast du gefunden und geordnet. Du brauchst sie nicht aus deinem Heft abzuschreiben. Zeige einfach, was du aufgeschrieben hast.
- b) Bei welchem Element ist der größte Unterschied zwischen Siedepunkt und Schmelzpunkt?

Plus und Minus



Check Rechnen mit rationalen Zahlen G - Niveau

- Erkläre die Rechnungen zu den folgenden Aufgaben entweder mit dem Spiel „Guthaben und Schulden“ oder „Hin und her“
 a) $9 - (-15)$ b) $(-9) + (-15)$ c) $(-9) - (+15)$

2.

Kreuzzahlrätsel

Vorzeichen haben ein eigenes Kästchen

1)	-	1	3		2)	
				3)		
		4)				
		5)				
	6)				7)	
8)					9)	
10)						

waagerecht:

- $-26 + 13$
- $-1,3 + (+2,3)$
- $+80 - 179$
- $-217 + (+338)$
- $17,5 - 97,5$
- $-7,3 - (-10,3)$
- $13,2 - (+42,2)$
- $9 - 18$
- $+300 - (+230)$

senkrecht:

- $30 - 300$
- $1000 - (+80)$
- $-36 - (-18)$
- $-(-1) - 391$
- $-27 + 54$
- $100 - (+7)$
- $+2 - 10$

Plus und Minus

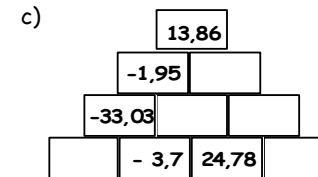
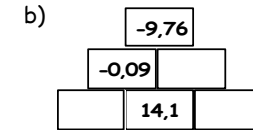
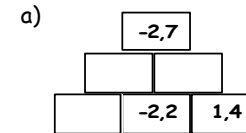


Check Rechnen mit rationalen Zahlen E - Niveau

- Erkläre die Rechnungen zu den folgenden Aufgaben entweder mit dem Spiel „Guthaben und Schulden“ oder „Hin und her“
 a) $9 - (-15)$ b) $(-9) + (-15)$ c) $(-9) - (+15)$
 Warum erhältst du bei b) und c) dasselbe Ergebnis?
 Wie muss die Aufgabe heißen, bei der das Ergebnis von a) herauskommt?

- Welche Rechnungen passen zu den Aussagen:
 a) Ich stehe bei -2 , drehe mich um und gehe 4 Schritte vorwärts.
 b) Ich habe 4 Punkte Schulden. Ich soll von meinem Kontostand 4 Schuldscheine abziehen.

- Fülle die Zahlenmauern aus.

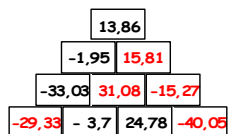
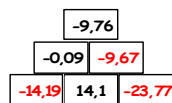


- a) Setze die Zahlen 7, -1 und -5 so in die Kästchen ein, dass du 3 und -13 als Ergebnisse erhältst.

$$\square + \square - \square$$

- Welche Ergebnisse kann man mit den Zahlen -3, -4 und 5 erhalten?

Lösungen Zahlenmauern



Lernbericht zu „Plus und Minus“



Ihr habt erfahren, wie man Spiele benutzen kann, um sich das Rechnen mit Minuszahlen zu veranschaulichen, wie sie auf der Zahlengeraden angeordnet sind, wie man sie untereinander vergleicht und wie man sie addiert und subtrahiert.

Die meisten dieser Inhalte habt ihr euch selber erworben, indem ihr den Arbeitsplan selbstständig bearbeitet habt und dabei nach eigenem Tempo für die Beantwortung eurer Fragen gesorgt habt.

Drei Checks haben euch Rückmeldung gegeben, wie sicher ihr auf welchem Niveau den Stoff beherrscht.

Liebe Carla,

du hast mir leider trotz mehrmaliger Aufforderung dein Heft nicht zur Kontrolle abgegeben.

Du hast auf dem E-Niveau gearbeitet und alle drei Checks waren in Ordnung, der erste wohl etwas knapp, dafür der zweite sogar mit 0 Fehlern, schön Carla! Zum letzten Check hast du mir eine Berichtigung abgegeben, zum ersten leider nicht.

Es kommt immer wieder mal vor, dass du die Mitarbeit verweigerst, dabei kannst du wirklich erfolgreich mitarbeiten, wenn du dich auf die Mathematik konzentrierst. Streng dich in dieser Richtung weiter an! Versuche dich mehr am Unterrichtsgespräch zu beteiligen.

Du hast deine Hausaufgaben und dein Material jeweils einmal vergessen.

Deine Selbsteinschätzung habe ich ergänzt und hefte sie an den Lernbericht.