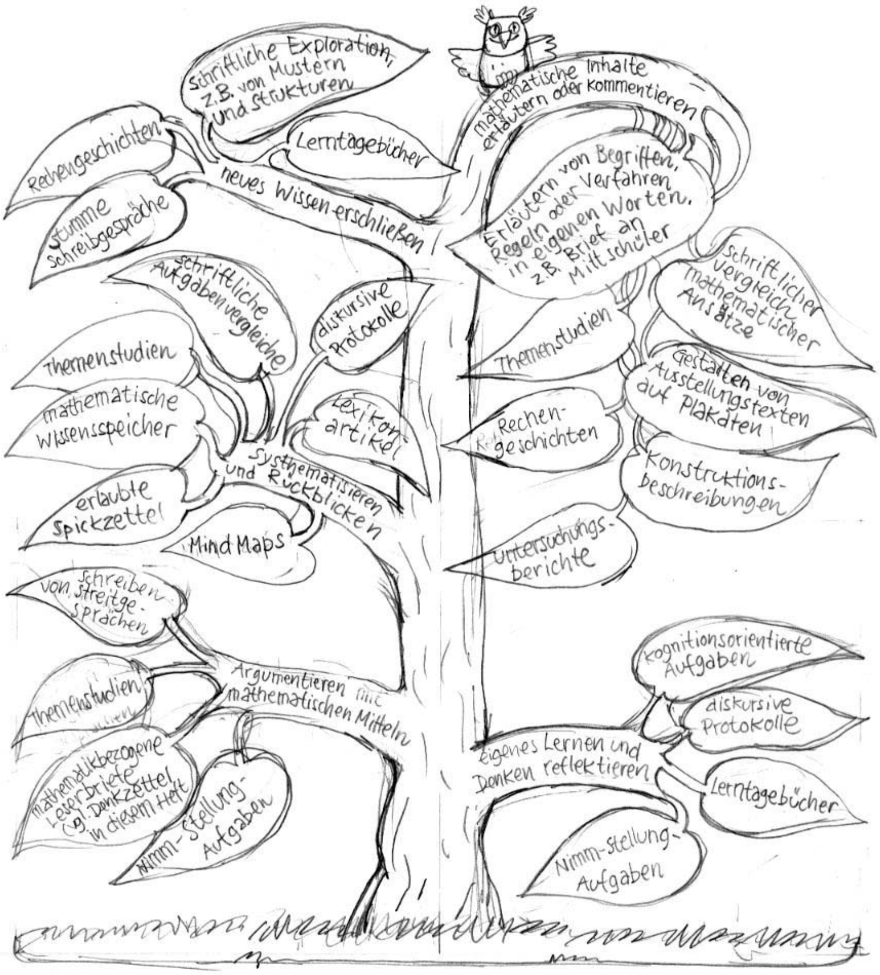

Abb. 1: Vielfalt von Schreibanlässen im Mathematikunterricht

Ich schreibe, also denk' ich - Über Mathematik schreiben

Sebastian Kuntze und Susanne Prediger

Vorversion des PM-Artikels Heft 5

Zusammenfassung: Es herrscht ein weitgehender Konsens darüber, dass das Schreiben über Mathematik nicht nur neue Annäherungsmöglichkeiten an mathematische Inhalte schafft, sondern auch den Anlass zu einer vertieferen Verarbeitung mathematikbezogenen Wissens bietet. Doch wieso eigentlich? Und auf welche Weise kann das Schreiben über Mathematik in den Unterricht integriert werden? Wie können Unterrichtsumgebungen aussehen, in denen für Lernende anregende Schreibanlässe geschaffen werden? An praktischen Beispielen können im Artikel dazu einige Antworten geben werden.

„So in ganzen Sätzen sollen wir das aufschreiben? Aber das ist doch dann gar nicht mathematisch." Solche Sätze haben wir sowohl von Schülerinnen als auch von Studienanfängern immer wieder gehört. Ein Text ist in dieser Sicht „mathematisch", wenn er möglichst viele Formeln und möglichst wenig Worte der Alltagssprache enthält.

Dass Mathematik aber auch ganz anders sein kann, zeigt z.B. Anna (12. Klasse) in einem von ihr geschriebenen Text über das Beweisen innerhalb und außerhalb der Mathematik (vgl. Abb. 2 und unten Abb. 5). Können Schülerinnen und Schüler tatsächlich solche Texte produzieren? Und sollten sie das tun? Schon, aber im Mathematikunterricht?

Themenstudie
„Quod erat demonstrandum“

Man kann sagen, dass ein Beweis ein Nachweis der Richtigkeit eines Satzes oder einer Behauptung ist. Jedoch lässt sich keine eindeutige, allgemeingültige Definition des Begriffs „Beweis“ aufstellen, dass es zunächst verschiedene Bereiche und Kriterien gibt, nach denen differenziert werden muss.
In Simon Singhs „Fermats letzter Satz“ wird deutlich der Unterschied zwischen dem naturwissenschaftlichen Beweis und dem mathematischen Beweis betont.
Ein klassischer mathematischer Beweis besteht aus logisch nachvollziehbaren Schritten, die auf Axiomen und Definitionen basieren, und somit zu einer unbestreitbaren Schlussfolgerung führen. Wissenschaftliche Theorien dagegen können nie solch absolute Geltung beanspruchen. Auch wenn diese Theorien aufgrund von Beobachtungen und Experimenten als „bewiesen“ gelten, lässt sich hier um den Begriff „Beweis“ streiten, denn Wahrnehmung ist fehlbar und auch noch so viele Experimente könnten rein theoretisch auf Zufall beruhen. Folglich sind die Ergebnisse wissenschaftlicher Beweise eigentlich nur „höchstwahrscheinlich“ wahrer Behauptung. Gerade die Tatsache, dass neue Generationen

Abb. 2: Auszug aus einem Text von Anna (12. Klasse) über das Beweisen und Argumentieren

Es entspricht nach wie vor kaum den landläufigen Vorstellungen über das Schulfach Mathematik, dass Lernende im Unterricht auch Texte über Mathematik schreiben können. Oft herrscht Unklarheit, wozu Schreiben über Mathematik dient und ob Schülerinnen und Schüler dabei überhaupt etwas lernen. Welche Ziele werden also verfolgt mit der Aufforderung, schriftliche Texte über Mathematik zu produzieren? Und welche Möglichkeiten gibt es konkret, dies anzuregen?

Bevor wir auf die Ziele eingehen, soll durch ein buntes Spektrum unterschiedlicher konkreter Beispiele anschaulich gemacht werden, wie vielfältig die möglichen Anlässe zum Schreiben über Mathematik sein können.

1. Beispiele für Situationen des Schreibens über Mathematik

Auftrag: Maja war letzte Stunde nicht da. Schreibe einen Text, der ihr erklärt, wieso und wie man überschlagsmäßig rechnet

Erklärung von Auf und Abrunden
Das Auf und Abrunden benutzt man häufig für ungerade Zahlen. Von den Zahlen 0,1,2,3,4 rundet man ab, bei den Zahlen 5,6,7,8,9 rundet man auf. Wenn du z.B. im Kaufhaus bist und ein Computerspiel für 37,95 €, ein Kuscheltier für 8,25€ und ein Radiergummi für 2,50 € kaufst und du nicht weißt, ob das Geld reichen würde, kannst du die Beträge Auf und Abrunden.

Beispiel:

37,95 €+8,25€ + 2,50€
38,00 €+8,00€+ 3,00 € = 49 €

so weiß ich ungefähr wie viel Geld am Schluss heraus kommt.

Abb. 3: Pia (5. Klasse) erklärt das überschlagsmäßige Rechnen

Auftrag: Finde eine Geschichte zu dieser Gleichung: $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$

Lea: Es gibt eine Verkleinerungslupe und eine Ameise wird dadurch beobachtet. Sie ist $\frac{3}{4}$ cm groß und die Lupe verkleinert um $\frac{1}{3}$ also $\frac{3}{4}$ x $\frac{1}{3}$ = $\frac{1}{4}$ und sie wird kleiner.

Frank: Der kleine Peter hatte eine Schokolade mit einer Größe von $\frac{3}{4}$ cm. Da klaute ihm sein Bruder davon (x) $\frac{1}{3}$, dann hatte Peter nur $\frac{1}{4}$ zum Essen.

Andreas: Im Herbst fällt $\frac{3}{4}$ der Blätter runter, dann fällt $\frac{1}{3}$ runter. Wie viel fällt insgesamt runter?

Karla: Jan spielt Monopoly. Er hat 100 Euro, das sind $\frac{3}{4}$ des Betrags, den er aufbringen muss, jetzt zieht er eine Karte mit der er seinen gesamten Betrag mit $\frac{1}{3}$ multiplizieren darf. Wie viel hat er dann?

Abb. 4: Was bedeutet eigentlich die Multiplikation von Brüchen? Rechengeschichten von Siebtklässlerinnen und Siebtklässlern

- *Erläuterung von Verfahren in eigenen Worten:* Pia ist eine Fünftklässlerin, die ihre Mutter der Lehrerin als rechenschwach vorgestellt hat. Jeder neue mathematische Inhalt löst bei ihr Unsicherheiten aus, so auch das überschlagsmäßige Rechnen. Den Auftrag zur Erklärung der neuen Vorgehensweise (vgl. Maier/Schweiger 1999) nutzt sie, um das Gelernte in eigenen Worten zu rekapitulieren (vgl. Abb. 3) und sich selbst Sicherheit über das Thema zu verschaffen, die ihr kein fertiger Lehrbuchtext hätte geben können (aus dem Unterricht von Susanne Prediger im März 2005).
- In *Untersuchungsberichten* beschreiben Svenja und Eklou (8. Klasse) Ergebnisse, zu denen sie angeregt durch einen Untersuchungsauftrag gekommen sind (vgl. Maier 2000). Ihr Auftrag bestand darin, ein Dreieck mit eingezeichneten Mittelsenkrechten in einem dynamischen Geometrie-Programm zu variieren und zu berichten, für welche Situationen welche Lagen des Schnittpunkts der Mittelsenkrechten beobachtet werden können. Die Verpflichtung, die gewonnenen Erkenntnisse für andere verstehbar festzuhalten, ist für Svenja und Eklou ein Anlass zu einer tieferen Beschäftigung mit der Situation.
- Aishe und Tim (10. Klasse) sollen in einem *Wissensspeicher* ihr Mathematik-Wissen zur Volumenberechnung systematisieren. Für das Ziel, eine individuelle Formelsammlung und Erläuterung von Strategien zusammenzustellen, müssen sie wesentliche Inhalte spezifizieren, sie knapp und verständlich darstellen und aufschreiben, wo sie angewendet werden können. Eine ausführlichere Form wären Lexikonartikel oder Glossare (z.B. bei Niederdrenk-Felgner 2000).
- Durch die Aufforderung, *Rechengeschichten zu schreiben* (Schütte 1997), werden Lea, Frank und die anderen Kinder der 7. Klasse angeregt, sich über die Interpretation mathematischer Objekte und Operationen Gedanken zu machen. Abb. 4 zeigt die Antworten sehr unterschiedlicher Qualität von darin ungeübten Kindern zur Multiplikation von Brüchen (aus Prediger 2004). Diese aus einem Test stammenden Antworten sind hier eher als magere Textaufgaben ausgefallen, die weniger durch ihre ausgefeilten Geschichten überzeugen als durch ihr diagnostisches Potential bzgl. der dort explizierten inhaltlichen Vorstellungen. Wie sonst erfährt eine Lehrkraft so leicht so viel über noch nicht tragfähige Vorstellungen ihrer Kinder? (z.B. die von Andreas?) Für den weiteren Unterricht bilden diese Eigenproduktionen fruchtbare Anlässe für Diskussionen über die inhaltlichen Inter-

pretationen mathematischer Operationen. Andere Beispiele (etwa von Paul 1995) zeigen, wie phantasievoll und weit tragend Kinder Rechengeschichten entfalten können.

- Elfi (7. Klasse) arbeitet heraus, wo sie und ihre Mitschüler in der Erarbeitung einer Prozentrechenaufgabe zum erhöhten Grundwert zunächst Fehler gemacht haben: „‚Auf 2,4 Milliarden' ist das Wort, welches wir locker überlesen haben. Wir haben statt ‚auf' das Wort ‚um' gedacht." (vgl. Abb. 3 im Beitrag von Christa Kaune in diesem Heft). Der kognitionsorientierte Auftrag, in einem *diskursiven Protokoll* über den Lösungsprozess zu berichten, ist für sie ein Anlass zur Reflexion über die eigenen Denkweisen und Schwierigkeiten.
- Michael arbeitet selbständig an dem Auftrag „Wie weit ist es bis zum Horizont?" (Anneser 2005). All seine guten und seine verworfenen Ideen, Aha-Erlebnisse, Fragen und vielleicht auch Antworten formuliert er in seinem *Lerntagebuch* und bedient sich dabei seiner individuellen Sprache. Sein Lehrer kann durch die Sichtung des Lerntagebuchs und kurze Kommentare den Lernprozess individuell begleiten (Gallin/Ruf 1990).
- Anna hat den Auftrag, im Rahmen einer *Themenstudienarbeit* (Kuntze 2003, 2005) einen maximal zweiseitigen mathematischen Aufsatz zu schreiben. Dazu setzte sie sich teils allein, teils zu mehreren mit reichhaltigen und wenig vorstrukturierten Rohmaterialien auseinander (wie z.B. teilweise fehlerhaften Beweisversuchen, Auszügen aus juristischen Kommentaren zu gerichtlichen Beweisverfahren im Strafprozess, einem Ausschnitt einer Abhandlung Descartes' zur Rolle der Wahrheit und einem Textfragment zur indirekten Beweismethode, vgl. Kuntze 2005 für eine ausführlichere Darstellung der Lernumgebung). Dem Beginn von Annas Text sind wir bereits in Abb. 1 begegnet. Anna hatte in ihm die Frage nach der Definition des Begriffs „Beweis" aufgeworfen. Sie verfolgt diese Frage weiter, indem sie verschiedene innermathematische und außermathematische Beweisverfahren bespricht. Am Ende ihres Aufsatzes (vgl. Abb. 5) entwirft sie ein individuelles, offenbar interdisziplinär angelegtes Ordnungssystem für Beweise und kehrt zur eingangs gestellten Frage nach der Definition des Begriffs „Beweis" zurück. Dabei nutzt sie auch die Bezeichnungen „Wahrscheinlichkeit", „Wahrheit" und „Glaubhaftmachung", die sich auf drei Funktionen des Beweisens beziehen, welche Anna in den vorangegangenen Abschnitten herausgearbeitet hatte.

Ausführlicher erläutern Sebastian Kuntze und Kerstin Ramm in diesem Heft die Themenstudienmethode als Lernumgebung für vielschichtige und anspruchsvolle Schreibanlässe, um mathematische Inhalte zu erläutern und kommentieren, Standpunkte mit Hilfe mathematischer Inhalte zu begründen und eigene Lernprozesse zu reflektieren. Die Einsetzbarkeit des Ansatzes für verschiedene Themen und Klassenstufen zeigen auch die Beiträge von Jürg Junker sowie Sabine Böck und Eva Focht-Schmidt im Thementeil dieses Heftes.

Letztlich gibt es Beweise, die für Einzelne von Bedeutung sind (in einem Zivilprozess beispielsweise) und Beweise, die für alle von Bedeutung sind. Darunter gibt es wiederum Beweise, die sehr lange gültig sind, aber vielleicht irgendwann von anderen Beweisführungen umgeworfen werden (Daltons Theorie über die Atome als Bausteine des Universums, die mit Thomsons Elektronentheorie widerlegt wurde), aber auch Beweise, die Jahrhunderte lang überzeugen (Pythagoras) und auf die man auch heute noch aufbaut.
Ob es bei all diesen Beweisen um Wahrscheinlichkeit, Wahrheit oder Glaubhaftmachung geht, ist von Fall zu Fall verschieden. Eine vollständige und allgemeingültige Definition des Begriffs „Beweis" kennt wohl nur Gott, aber dessen Existenz ist ja auch nicht eindeutig bewiesen.

Abb. 5: Ende von Annas Aufsatz zum Beweisen und Argumentieren

Diese sehr unterschiedlichen Beispiele geben eine Vorstellung davon, wie vielfältig die Anlässe für das Schreiben über Mathematik sein können (weitere Beispiele findet man z.B. in Maier 2000). Eine (immer noch längst nicht vollständige) Zusammenstellung dieser und weiterer Möglichkeiten liefert Abb. 1. Durch die Äste des Baumes sind die verschiedenen Funktionen angedeutet, die die Schreibanlässe dabei für den Lehr-Lernprozess erfüllen sollen.

2. Wozu schreiben?

Wozu sollen all diese Schülerinnen und Schüler *schreiben*, statt sich nur mündlich auszutauschen? Ebenso vielfältig wie die Schreibanlässe für den Mathematikunterricht sind die mit ihnen verfolgten didaktischen Anliegen:

Vertiefung der Auseinandersetzung
Eines der wichtigsten Ziele, die mit dem Verfassen von Texten durch die Lernenden verbunden werden, ist die intensivierte Beschäftigung mit mathematischen Inhalten und die Vertiefung bereits erworbenen Wissens. So bietet nach Maier/Schweiger (1999) die schriftliche Fixierung neuen Wissens die Chance, den Prozess des Denkens noch einmal zu verlangsamen, was die Bewusstheit und die Verantwortung für das Geschriebene erhöht. Darüber hinaus müssen Ideen präziser dargestellt werden als etwa im Unterrichtsgespräch, da „das Schreiben dem Denken einen besser fassbaren Ausdruck als das Sprechen“ abverlangt (Pimm 1987). In der Tat scheint das Schreiben über Mathematik geeignet, einen Prozess des nochmaligen Überdenkens in Gang zu setzen, bei dem Wissen so „aufbereitet“ werden muss, dass es in Textform niedergelegt werden kann (Morgan 2001). Einmal niedergeschrieben, sind die Gedanken materialisiert und damit besser greifbar; die schriftlich fixierten Gedanken können dadurch selbst wieder zum Gegenstand des Denkens werden, was weitere Vertiefungen ermöglicht (Siebel 2004). Es spricht also einiges dafür, dass der Verarbeitungsgrad mathematikbezogenen Wissens durch das Verfassen von Texten intensiviert wird.

Anregung zur Reflektion
Das Schreiben ist als kognitive Tätigkeit damit verbunden, einen übergeordneten Standpunkt einzunehmen und dabei Inhalte gleichsam aus einer Meta-Perspektive zu reflektieren.

Solche Reflektionen können sich auf ganz unterschiedlichen Ebenen vollziehen, wie Neubrand (1990) spezifiziert hat (vgl. Abb. 6). Er sieht dieses Ebenenmodell als hierarchisch aufgebaut an: auf jeweils höheren Ebenen können Gedanken über Inhalte jeweils tieferer Ebenen geäußert werden.

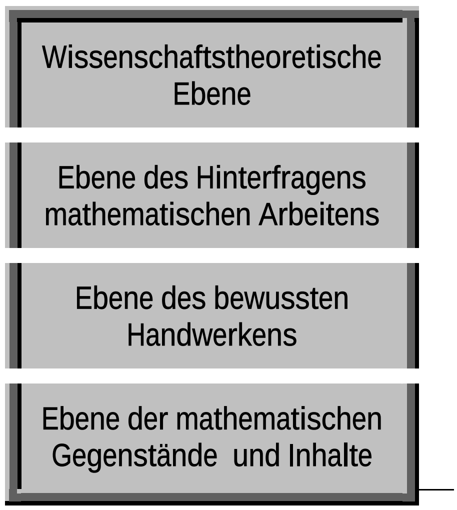

Abb. 6: Vier Reflektionsebenen (nach Neubrand 1990)

Das Spektrum möglicher Reflektionen über Mathematik erstreckt sich also vom Beschreiben mathematischer Objekte und algorithmischer Verfahrensweisen (wie bei Pia in ihrer Erklärung in Abb. 3 oder Aishe und Tim mit dem Wissensspeicher) über die Ebene des bewussten Handwerkens (die bei Elfie und den kognitionsorientierten Aufgaben im Vordergrund steht, vgl. den Beitrag von Christa Kaune in diesem Heft) bis hin zu einem Schreiben über Wesenszüge der Wissenschaft Mathematik in einem interdisziplinären Umfeld (wie in Annas Themenstudie in Abb. 2 und 5).

Im Sinne einer ausgewogenen mathematischen Bildung ist es erstrebenswert, das Spektrum der Reflexionsebenen konsequenter als bisher auszuschöpfen: Das Nachdenken über mathematische Objekte ist im Sinne einer intensiveren inhaltlichen Verarbeitung auf gleiche

Weise eine Lerngelegenheit wie das Reflektieren über die Mathematik als Wissenschaft. Gerade die Ebene des Hinterfragens mathematischen Arbeitens bietet wichtige Bildungschancen, an denen Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Zugänge zur Welt sichtbar werden (vgl. z.B. Prediger 2005). Vor allem in diesem Bereich bietet die Themenstudienarbeit (Kuntze 2005) interessante Möglichkeiten, diese Lernumgebung soll deshalb in diesem Heft ausführlich vorgestellt werden.

Rückschau und Prozesskatalysator

Die vertiefte Auseinandersetzung und die Reflektion können entweder in der Rückschau auf den Erarbeitungsprozess angeregt werden (wie in Elfies diskursivem Protokoll oder Svenjas und Eklous Untersuchungsbericht), oder im Erarbeitungsprozess selbst zum Katalysator werden. Dies ist insbesondere der Hauptgedanke der Lerntagebücher, mit denen Gallin und Ruf (1990) und nach ihnen viele Lehrerinnen und Lehrer in ihrer „Didaktik des dialogischen Lernens" die selbstverantwortliche Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten auf eigenen Wegen gestalten und dabei insbesondere auf der Ebene des bewussten Handwerkens ihre Lernprozesse individuell reflektieren.

In ihren Lerntagebüchern stellen die Schülerinnen und Schüler persönliche, auf mathematische Inhalte bezogene Vorstellungen und Lernwege dar (z.B. Anneser 2005). Schreibanlässe für die Lernenden bilden so genannte „mathematische Kernideen", zu denen von der Lehrperson Impulse geliefert werden. Die Lernenden schreiten bei der schriftlichen Auseinandersetzung mit diesen Kernideen von singulären sprachlichen Äußerungen des Verstehens hin zu Formulierungen in der regulären Sprache des Verstandenen. (Diesem sehr wichtigen Zugang zum Schreiben über Mathematik wird im Februar 2007 ein eigenes PM-Heft gewidmet, deswegen werden wir es in diesem Heft nicht weiter vertiefen.)

Bedeutung der eigenen Sprache

Am Beispiel der Lerntagebücher wird besonders gut deutlich, welche Bedeutung das Verbalisieren in der eigenen individuellen Sprache als der „Sprache des Verstehens" hat (Hußmann 2003). Ähnliches gilt für einige andere Schreibanlässe: Das Ausdrücken mathematischer Zusammenhänge in der eigenen Sprache ermöglicht und verlangt, die gewonnenen Einsichten im individuellen Denken und damit auch der eigenen Lebenswelt zu verankern. Auch in den Kleinformen von Schreibanlässen wie Rechengeschichten ist dieser Effekt von eminenter Bedeutung. Lea, Frank, Andreas und Karla (vgl. Abb. 4) z.B. werden durch die Aufforderung, eine Rechengeschichte zu einer vorgegebenen Multiplikation zu schreiben, dazu veranlasst, nach individuellen Deutungen für wohlbekannte Operationen zu suchen. Indem Aishe und Tim einen Wissensspeicher zur Volumenberechnung in ihren eigenen Worten formulieren, restrukturieren sie ihr individuelles Wissen.

Diagnostisches Potential

Gerade der Zusammenhang von eigenständiger Verbalisierung und Verstehen bildet den Hintergrund für das hohe diagnostische Potential vieler textlicher Eigenproduktionen (vgl. auch Selter 1994): Wenn Lernende ihren Gedanken in individueller Sprache Ausdruck geben, können Lehrkräfte über diese so schwer zugängliche Gedankenwelt in Textproduktionen einiges erfahren: Lea (aus Abb. 4) hat mit ihrer Lupenvorstellung eine gute Mustersituation für die Grundvorstellung des kontinuierlichen Vergrößerns/Verkleinerns entwickelt, Andreas dagegen aktiviert eine sicher nicht tragfähige additive Deutung der Multiplikation. Karla versucht erst gar nicht, eine inhaltliche Deutung anzugeben, sondern verbleibt auf der Ebene des Kalküls, während Franks Äußerung zwar von einer Anteilvorstellung zeugt, der er aber am Ende eine subtraktive Wendung gibt, so dass wir seine Vorstellung als ausbaufähig, aber gleichzeitig auch weiterentwicklungsbedürftig einstufen können. So ergibt sich für die Lehrkraft eine Kontrollmöglichkeit:

Individuelle Vorverständnisse zu mathematischen Begriffen und Sachverhalten können aufgedeckt und nicht tragfähige Vorstellungen aufgegriffen werden, bevor auf dieser Basis neues mathematisches Wissen aufgebaut wird (Swinson 1992).

Auch über Annas Vorstellungen und Haltungen zum Thema Beweisen (vgl. Abb. 2 und 5) hätten wir ohne ihren Aufsatz vermutlich nie so viel erfahren.

Mit dem Schreiben von Texten im Mathematikunterricht kann also über die angestrebte Vertiefung des Wissens hinaus sowohl von den Schülerinnen und Schülern das eigene Lernen reflektiert werden, als auch von den Lehrenden ein Einblick in den Wissensaufbauprozess der Lernenden gewonnen werden. Weitere Funktionen von Textproduktionen hat Siebel (2004) zusammengestellt (vgl. Abb. 7).

Wenn Schreiben über Mathematik also dazu dienen kann, Schülerinnen und Schülern wichtige Lernchancen anzubieten – wie kann man es im Mathematikunterricht am besten integrieren? Darauf wollen wir im Folgenden zu sprechen kommen.

Textproduktionen...

- unterstützen Verstehen durch Vergegenständlichung und damit einhergehende Verlangsamung von Gedanken
- bringen beständige Texte hervor, die eine Auseinandersetzung über diese Texte ermöglichen
- fördern die Sprachkompetenz, die auch Teil des mathematischen Lerninhalts ist
- sind binnendifferenzierend
- können Lehrkräften als Rückmeldung für den Unterricht dienen
- stellen ein Diagnoseinstrument für individuelle Leistungen dar
- ermöglichen kompetenzorientierte Leistungsbeurteilungen
- können als Material für weiteren Unterricht verwendet werden

Abb. 7: Funktionen von Textproduktionen (Siebel 2004, S. 219)

3. Über Mathematik schreiben – immer wieder

Weiter oben ist deutlich geworden, dass es sehr vielgestaltige Szenarios gibt, Schreiben über Mathematik in den Unterricht einzubauen. Andererseits wird immer wieder die Beobachtung gemacht, dass Schülerinnen und Schüler das Schreiben nicht unbedingt alle sofort lieben. Wie können wir damit umgehen? Wie kann man eine dauerhafte Strategie entwickeln, Schreiben im Unterricht immer wieder zu fördern und zu fordern, damit die Lernenden textproduktionsspezifische Lernangebote nutzen können?

Wir sind davon überzeugt, dass diese Frage letztlich auch die „Unterrichtskultur“ unserer Mathematikstunden betrifft. Berührt werden Erwartungen unserer Schülerinnen und Schüler („Oh je, jetzt müssen wir auch in Mathematik Aufsätze schreiben.“, „Mathe fand ich gerade deshalb gut, weil wir nur rechnen und keine Texte schreiben mussten.“, „Endlich machen wir mal keine Mathe, sondern schreiben etwas.“), berührt wird wahrscheinlich auch die Art und Weise, wie wir als Lehrerinnen und Lehrer mit individuellen Vorstellungen der Lernenden umgehen können und wie wir von Zeit zu Zeit unsere Vermittlerrolle gegen eine „Lernbegleiterrolle“ eintauschen.

Sicher kommt es also darauf an, dass ein Schreibanlass nicht ein isoliertes, punktuelles Ereignis im Unterricht ist, sondern dass das Schreiben von Texten immer wieder einmal angeregt wird. Uns erscheint es sinnvoll, im Kleinen anzufangen und Schülerinnen und Schüler schon früh schriftlich mathematikbezogen Stellung nehmen oder Wissen schriftlich darstellen zu lassen. Auch bei solchen kleineren Schreibanlässen (vgl. etwa Abb. 4) können textbezogene Arbeitstechniken trainiert werden, die mit vertieften Lernprozessen zu assoziieren sind: Beispielsweise können die Schülerinnen und Schüler den Auftrag erhalten, mit den Texten ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler zu arbeiten, diese zu diskutieren und ihre mathematikbezogenen Texte zu überarbeiten. Auch beim kooperativen Schreiben über Mathematik dürften die Lernenden schon bei Schreibanlässen im kleinen Maßstab Routine gewinnen. Auf diese Weise können die Lernenden ihren Kompetenzzuwachs erfahren, eigene Wege zu mathematischen Inhalten vernetzen und übrigens auch persönliche Vorbehalte dem mathematikbezogenen Schreiben gegenüber abbauen.

Wenn Lernende über Mathematik schreiben, machen sie uns und ihren Mitschüler(inne)n ihre eigenen Gedankengänge transparent, und zeigen letztlich auch etwas Persönliches von sich selbst, was dann mit anderen diskutiert werden kann. Auch hier geht es wieder um Unterrichtskultur, und zwar um gegenseitigen Respekt: Schreiben über Mathematik soll auch dazu beitragen, anerkennend und kritisch mit Gedanken anderer umzugehen, das eigene Lernen an Erwartungen und Qualitätsanforderungen an Texte einzuschätzen, sowie eigene Standpunkte zu begründen. Sollte es gelingen, etwas davon in den Unterricht einzubringen, so hat sich das Schreiben über Mathematik auch über das mathematikbezogene Lernen hinaus gelohnt.

Literatur

Anneser, Franz (2005): Wie weit ist es bis zum Horizont? Beispiel für selbstverantwortliches Arbeiten, in: Praxis der Mathematik in der Schule 47(1) , S. 9-12.

Gallin, Peter / Ruf, Urs (1990): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz, Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung, Seelze 1998 (erstmals 1990).

Hußmann, Stephan (2003): Lerntagebücher – Mathematik in der Sprache des Verstehens, in: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematikdidaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II, Cornelson Scriptor, Berlin, S. 75-92.

Kuntze, Sebastian (2003): Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht als Vorbereitung auf die Facharbeit, in: MNU 56(8), S. 490-495.

Kuntze, Sebastian (2005): Schülerinnen und Schüler reflektieren, beurteilen und präsentieren mathematische Themen, in: Lengnink, Katja / Siebel, Franziska (Hrsg.): Mathematik präsentieren, reflektieren, beurteilen, Verlag Allgemeine Wissenschaft, Mühltal, S. 37-54.

Maier, Hermann / Schweiger, Fritz (1999): Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Unterricht, oebv und hpt Verlagsgesellschaft, Wien.

Maier, Hermann (2000): Schreiben im Mathematikunterricht, in: Mathematik lehren 99, S. 10-13.

Morgan, Candia (2001): The place of pupil writing in learning, teaching and assessing mathematics, in: Gates, Peter (Hrsg.): Issues in Mathematics Teaching, Routledge Falmer, London, S. 232-244.

Neubrand, Michael (1990b): Über Mathematik sprechen - Möglichkeiten und Beispiele aus der Analysis, in: Glatfeld, Martin (Hrsg.): Finden, Erfinden, Lernen: zum Umgang mit Mathematik unter heuristischem Aspekt, Lang, Frankfurt, S. 62-83.

Niederdrenk-Felgner, Cormelia (2000): Wir schreiben unser eigenes Mathe-Lexikon!, in: Mathematik lehren 99, 14-16.

Paul (1995): „Mal“ und „geteilt“ mit Brüchen, in: Mathematik lehren 73, S. 6-7.

Pimm, David (1987): Speaking Mathematically. Communication in Mathematics Classroom, Routledge/Keagan Paul, London/New York.

Prediger, Susanne (2004): Kompetenzen und Vorstellungen zu Brüchen und Operationen mit Brüchen. Bericht über eine empirische Untersuchung mit Siebtklässlerinnen und Siebtklässlern, Universität Bremen.

Prediger, Susanne (2005): „Was hat die Exponentialfunktion mit mir zu tun?“ Wege zur Nachdenklichkeit im Mathematikunterricht, in: Lengnink, Katja / Siebel, Franziska (Hrsg.): Mathematik präsentieren, reflektieren, beurteilen, Verlag Allgemeine Wissenschaft, Mühltal, S. 97-110.

Schütte, Sybille (1997) (Hrsg.): Rechengeschichten statt Textaufgaben, Grundschulzeitschrift 102, insbesondere Basisartikel, S. 6 –11.

Selter, Christoph (1994): Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Primarstufe, Deutscher Universitätsverlag, Wiesbaden.

Siebel, Franziska (2004): Elementare Algebra und ihre Fachsprache. Eine allgemein-mathematische Untersuchung, Dissertation, Fachbereich Mathematik, TU Darmstadt.

Swinson, Kevan (1992): Writing Activities as Strategies for Knowledge Construction and the Identification of Misconceptions in Mathematics, in: Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia 15 (2), S. 7-14.

Sebastian Kuntze
Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik, Universität Augsburg
sebastian.kuntze@math.uni-augsburg.de

Susanne Prediger
Arbeitsgruppe Didaktik der Mathematik,
Universität Bremen
prediger@math.uni-bremen.de