Susanne PREDIGER, Darmstadt

Auf der Suche nach einer tragfähigen Auffassung von Mathematiklernen

in: Beiträge zum Mathematikunterricht, Franzbecker, Hildesheim 2001

1. Mathematik als Kultur

Eine Philosophie der Mathematik, die das Verhältnis von Mathematik und Mensch angemessen berücksichtigt, muss die klassische Mathematikauffassung überwinden, nach der Mathematik unabhängig von den Menschen und historisch-kulturellen Entwicklungsbedingungen a priori existiert. Als Alternative bietet sich die zunehmend etablierte Auffassung von Mathematik als kulturelles Produkt menschlicher Denktätigkeit, nach der mathematische Begriffe und Methoden sich historisch an Fragestellungen und Problemen entwickeln, die an gesellschaftliche und praktische Bedingungen gebunden sind. Hier wird die nur historisch-sozial-kulturell beschränkte Gestaltbarkeit der Mathematik durch den Menschen stark hervorgehoben. Gleichwohl steckt in dem Konzept auch die Gegenseite, dass die Mathematik nämlich dem einzelnen Individuum als objektiv gegebenes Gedankengebäude entgegentritt (vgl. Prediger 2000a).

Hier soll die Mathematik aber nicht als kulturelles *Produkt*, sondern als lebendige (Teil-) Kultur begriffen werden. Dies ermöglicht, über folgende Definition von Kultur auch die Funktion der Mathematik für den Menschen klar zu spezifizieren:

"Allgemein kann Kultur als ein generelles, universelles, für eine Gesellschaft, Nation, Organisation und Gruppe aber besonderes Orientierungssystem betrachtet werden. Dieses Orientierungssystem wird [...] in der jeweiligen Gesellschaft, Nation usw. tradiert. Es beeinflußt das Wahrnehmen, Denken, Werten und Handeln aller Mitglieder und definiert somit deren Zugehörigkeit zur Gesellschaft. Das Orientierungssystem ermöglicht den Mitgliedern der Gesellschaft ihre ganz eigene Lebens- und Umweltbewältigung." (Thomas 1988, S. 82/83)

Dieses Verständnis von Mathematik als eigenes kulturelles Orientierungssystem passt gut zu Positionen, die mathematisches Denken als spezfische Ausformung des Alltagsdenkens betrachten, die zur Bewältigung der Realität entwickelt wurden und sich dann zunehmend vom Alltagsdenken entfernt haben (vgl. Positionen der Ethnomathematik, etwa Bishop 1991, sowie Peschek und Lengnink in diesem Band).

Welche Auswirkungen hat ein solches Mathematikverständnis auf die Auffassung von Mathematiklernen? Bisher zu wenig, meine ich.

2. Gängige Auffassungen von Mathematiklernen

Es werden klassisch zwei Auffassungen von Lernen unterschieden: Während beim *Lernen als Abbilden* der Lernprozess so verstanden wird, dass Wissen durch eine Art Abbildungsvorgang vom Lehrer auf den Schüler übertragen wird, betonen Vertreter eines *Lernens als Konstruieren*, dass Lernende anzueignendes Wissen immer in Eigentätigkeit konstruieren, und zwar auch in einem nach der rezeptiven

Auffassung organisierten Unterricht. Das heißt, die hier vertretenen Auffassungen von Lernen zielen nicht nur präskriptiv darauf, wie Lernen organisiert werden soll, sondern sind deskriptive Theorien. Es muss nicht näher ausgeführt werden, dass die konstruktivistische Auffassung in ihrer Ablehnung des a priori mit der skizzierten Mathematikauffassung besser zusammen passt. Andererseits ist eine *radikal-konstruktivistische Position* problematisch, die die individuellen Konstruktionen der Schüler als einzig relevanten Lerngegenstand ansieht, denn sie verneint, dass es im Mathematikunterricht um die Auseinandersetzung mit einer existierenden Kultur geht, und nicht nur um individuelle Schöpfungen.

Die radikal-konstruktivistische Position ist wegen der ihr fehlenden sozialen Dimension viel kritisiert worden, was zur Entwicklung verschiedener überzeugender Auffassungen von (Mathematik-)Lernen beigetragen hat, die das soziale Umfeld konsequenter einbeziehen, insbesondere *interaktionistische Ansätze* (Krummheuer/Voigt 1991, die aber auf die Mikrokultur innerhalb des Klassenzimmers fokussiert sind) und der *soziale Konstruktivismus* (Ernest 1994). Durch die Integration von sozial-kulturellen Elementen wie Sprache, Aushandlung, Kommunikation u.ä. sind diese Konzepte mit der kulturalistischen Mathematikauffassung kohärent.

All diesen Ansätzen ist jedoch gemein, dass sie kaum zwischen der Beschreibung des primären alltagsweltlichen Lernens (etwa des Erstsprachenerwerbs) und dem Lernen einer Wissenschaft im Klassenzimmer unterscheiden. Es sind vor allem drei für Mathematiklernen entscheidend prägende Phänomene, die dadurch zu wenig Beachtung finden:

- *Fremdheit:* Stärker als unsere Alltagskultur, in der wir aufwachsen und uns sukzessive sozialisieren, steht die Mathematik den Lernenden als unveränderliche, fremde Kultur gegenüber.
- *Überschneidung:* Mathematiklernen kann sich nicht unabhängig von der alltäglichen Denkkultur vollziehen, denn Lernende bringen beim Erwerb der mathematischen Kultur ihre alltagsweltliche Prägung immer mit ein. Wir haben es also stets mit einer kulturellen Überschneidungssituation von Alltagskultur mit mathematischer Kultur zu tun, die Konflikte und Chancen mit sich bringt und daher berücksichtigt werden muss.
- *Transfer*: Trotz dieser permanenten Überschneidung gestaltet sich der Transfer von im Mathematikunterricht erworbenen Denkweisen in außermathematische Bereiche ausgesprochen schwer (Lenné 1969). Es muss ihm daher systematischere Aufmerksamkeit gewidmet werden.

Neben den sozialkonstruktivistischen Positionen ist Bishops Konzept der *Mathematical Enculturation* (1991) dasjenige, das am konsequentesten von einer kulturalistischen Philosophie der Mathematik ausgeht. Dabei meint Enkulturation die Gesamtheit bewusster und unbewusster Lern- und Anpassungsprozesse, durch die das menschliche Individuum beim Hineinwachsen in eine Kultur ihre wesentlichen Elemente übernimmt. Diese oder ähnliche Vorstellungen von schulischem *Mathematiklernen als Sozialisierungsprozess* sind wiederum aufgrund der Gleichsetzung von Alltagskultur und Mathematik problematisch. Noch deutlicher als bei den deskriptiven Auffassungen von Mathematiklernen müssen bei diesem auch normativ zu verstehenden Konzept aber auch Einwände auf der Ebene der Lern- und Bildungsziele formuliert werden: Die mit dem Enkulturationsbegriff implizit hervorgerufene Leitvorstellung, jeder Schüler solle sich am Ende in der Kultur der Mathematik wie ein "Einheimischer" bewegen können, ist ausgesprochen hoch gegriffen, aber selbst als Fernziel aus allgemeinbildender Sicht nicht akzeptabel.

3. Mathematiklernen als interkulturelles Lernen

Als Erweiterung zur sozial-konstruktivistischen Auffassung von Mathematiklernen möchte ich für meinen Ansatz werben, Mathematiklernen als interkulturelles Lernen zu verstehen. Dies kann metaphorisch in Analogie zu (idealen) Lernprozessen beim Schüleraustausch erläutert werden: Schüler nähern sich der Mathematik wie einer fremden Kultur, über die sie einiges erfahren, ein Stück weit in ihr leben und dabei versuchen, sich den Verhaltensweisen und Denkweisen anzupassen, ohne ihre eigene Kultur dafür aufzugeben. Betont werden muss das "Stück weit in ihr leben", denn sie sollen nicht nur von außen auf die Mathematik gucken, sondern sie wirklich er-leben. Dabei erfahren sie, dass sich die Denkweisen, Normen und Werte von denen der eigenen (Alltags-) Kultur unterscheiden, sie vergleichen, empfinden evtl. Befremdung und/oder Faszination. Wenn sie dann wieder nach Hause fahren, und wirklich ein interkultureller Lernprozess stattgefunden hat, dann vergessen sie nicht einfach alles. Zumindest prägt sie die Erfahrung der kulturellen Relativität vieler Sichtweisen, so dass sie größeres Verständnis gegenüber Andersartigem entwickeln können. Im noch besseren Fall übernehmen sie einige der Sichtweisen oder Denkweisen und integrieren sie in ihrem Alltag Zuhause. Diese Dimension der bleibenden Lerneffekte zielt, auf ein Verständnis des spezifischen Beitrages der Mathematik als Zugang zur Welt und auf den Transfer mathematischen Denkens in außermathematische Bereiche.

4. Gründe für "Mathematiklernen als Interkulturelles Lernen"

Lernpsychologische Gründe: Mit der vorgestellten Auffassung können schon in der Grundkonzeption des Lernprozesses die oben genannten Phänomene "Fremdheit", "Überschneidung" und "Transfer" einbezogen. Dies wird den Lernenden und ihren Problemen, die durch die kulturelle Überschneidungssituation und das Wesen der Mathematik als Kultur hervorgerufen werden, besser gerecht.

Mathematikphilosophische und epistemologische Gründe:
Die Auffassung von Mathematiklernen als interkulturellem Lernen gründet sich konsequent auf einem kulturalistischen Verständnis von Mathematik, das Mathematik nicht nur als kulturelles Produkt, sondern als lebendige Kultur begreift. Dies ermöglicht, sowohl das Verhältnis von Mathematik und lernenden Individuum epistemologisch adäquat zu erfassen als auch die Funktion der Mathematik für den Menschen. Beides sind für das Mathematiklernen wichtige Hintergründe und sollten auch Lerninhalte sein.

Bildungsphilosophische Gründe: Als normative Überzeugung zielt die Auffassung darauf, dass auch die Lernenden Mathematiklernen als interkulturelles Lernen begreifen, d.h. insbesondere, den spezifischen Beitrag der Mathematik zum Weltverständnis zu erfassen und die Integration mathematischer Denkweisen ins Alltagsdenken zu erreichen, d.h. die Lernenden sollen Mathematik als Orientierungssystem begreifen, bewerten und partiell benutzen können. Damit beziehe ich mich auf das Heymann'sche Allgemeinbildungskonzept (1996), kann aber die drei auf Mathematik inhaltlich bezogenen allgemeinbildenden Aufgaben (Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch, Stiftung kultureller Kohärenz, Weltorientierung) durch das Konzept des Orientierungssystems intensiv miteinander verschränken und inhaltlich konkretisieren (2001b). So erhält das Allgemeinbildungskonzept eine solide mathematikbezogene Fundierung, die bisher nur lokal ausgearbeitet wurde.

Indem Mathematik als ein Zugang zur Welt unter anderen vorgestellt wird, dessen Bedingungen, Möglichkeiten und Grenzen stets mit in den Blick genommen und bewertet werden, leistet der Ansatz darüber hinaus einen wichtigen Beitrag zur Entwicklung der "Kommunikationsfähigkeit mit Experten", die Fischer als wichtiges Orientierungsprinzip für die höhere Allgemeinbildung beschrieben hat (Fischer o.J.).

Hilfreich auf konstruktiver Ebene: Die Parallelisierung von Mathematiklernen und interkulturellem Lernen hat es mir ermöglicht, gewisse Ergebnisse der interkulturellen Pädagogik und ihrer Forschung zu unterstützender Methodik auch für den Mathematikunterricht fruchtbar zu machen, um z.B. Bedingungen für erfolgreicheren Transfer herauszuarbeiten (2001b).

Literatur:

Bishop, A. J.: Mathematical enculturation, Dordrecht 1991.

Ernest, P. (1994): Constructivism: Which form provides the most adequate theory of mathematics learning?, in: JMD 15 (3-4), S. 327-342.

Fischer, R. (o. J.): Höhere Allgemeinbildung, unveröff. Manuskript, Wien/Klagenfurt.

Heymann, H. W. (1996): Allgemeinbildung und Mathematik, Weinheim.

Krummheuer, G. / Voigt, J. (1991): Interaktionsanalysen von Mathematikunterricht, in: Maier, H. / Voigt, J. (Hrsg.): Interpretative Unterrichtsforschung, Köln, S. 13-32.

Lenné, H.(1969): Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland, Stuttgart.

Prediger, S. (2001a): Mathematik als kulturelles Produkt menschlicher Denktätigkeit und ihr Bezug zum Individuum, in: Heymann, H.W. u.a. (Hrsg.): Mathematik und Mensch, Darmstadt. (auch unter http://www.mathematik.tu-darmstadt.de/~prediger)

Prediger, S. (2001b): Mathematiklernen als interkulturelles Lernen, erscheint im JMD.

Thomas, A. (1988): Interkulturelles Lernen im Schüleraustausch, Saarbrücken.