TU Dortmund, FB Mathematik, AOR Dr. A. Langer

Klausur zu MB I am 23.03.2010

Name:	Vorname:
Matr.-Nr.:	

Für die Bearbeitung der Aufgaben sind die beigefügten Blätter zu benutzen. Andere oder herausgelöste Blätter werden bei der Korrektur nicht berücksichtigt - ohne Ausnahme. Falls der Raum zur Bearbeitung einer Aufgabe nicht ausreichen sollte, benutzen Sie bitte die Rückseite der Blätter mit klaren Hinweisen, dass es dort weiter geht und zu welcher Aufgabe was gehört.

Die maximal erreichbare Punktzahl je Aufgabe beträgt 6. Diese Höchstzahl wird für eine richtige Lösung jedoch nur dann vergeben, wenn auch der Lösungsweg aus der Niederschrift klar ersichtlich ist.

Zusätzlich zu den angegebenen Punkten wird für jede vollkommen richtig gelöste Aufgabe jeweils ein Sonderpunkt vergeben, so dass

$$30 \ + 5 \text{ Sonderpunkte } = \ 35 \text{ Punkte}$$

erreichbar sind.

Die Benutzung eines Taschenrechners ist nicht erlaubt!

Die Klausur ist bestanden, wenn 17 Punkte erreicht sind.

Aufgabe	1	2	3	4	5	$\sum$
Punkte						

Aufgabe 1

Welche Länge hat die Kurve

$$\underline{x}(t) = \begin{pmatrix} t - \sin t \\ 1 - \cos t \\ 4 \sin \frac{t}{2} \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq \pi?$$

Geben Sie die Parametrisierung nach der Bogenlänge an.

Hinweis: $\cos t = \cos^2 \frac{t}{2} - \sin^2 \frac{t}{2}$.

Aufgabe 2

(a) Zeigen Sie durch vollständige Induktion:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(3k-2)(3k+1)} = \frac{n}{3n+1}, \quad n \geq 1.$$

(b) Gegen welche Funktion konvergiert für $x \neq 0$

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \, x^{2k} \left(\frac{1}{(2k+1)!} - \frac{x}{(2k)!} \right) ?$$

Aufgabe 3

Geben Sie unter allen Quadern, deren Raumdiagonale die Länge $2\sqrt{3}$ hat, denjenigen an, der das größte Volumen hat. Geben Sie das Volumen an.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die folgenden Integrale mit den angegebenen Methoden:

(a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x} + 2}$ (Substitution)

(b) $\displaystyle\int_0^1 x^2 e^{2x}\, dx$ (partielle Integration)

Aufgabe 5

Wir betrachten die Funktion

$$f(x,y) = e^{\frac{1}{3}x^3+y^2+xy+\frac{1}{48}}.$$

a) An welchen Stellen hat f Extremwerte?

b) Man gebe die Tangentialebene an den Graphen von f im Punkt $\vec{x}_0 = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})^T$ an.

c) Geben Sie die Richtungsableitung von f im Punkt $\vec{x}_0 = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})^T$ in Richtung des Vektors $\vec{u} = \frac{1}{10}\binom{8}{-6}$ an.