

Klausur zu MB I am 16.09.2009

Name:	Vorname:
Matr.-Nr.:	

Für die Bearbeitung der Aufgaben sind die beigegefügte Blätter zu benutzen. Andere oder herausgelöste Blätter werden bei der Korrektur nicht berücksichtigt - ohne Ausnahme. Falls der Raum zur Bearbeitung einer Aufgabe nicht ausreichen sollte, benutzen Sie bitte die Rückseite der Blätter mit klaren Hinweisen, dass es dort weiter geht und zu welcher Aufgabe was gehört.

Die maximal erreichbare Punktzahl je Aufgabe beträgt 6. Diese Höchstzahl wird für eine richtige Lösung jedoch nur dann vergeben, wenn auch der Lösungsweg aus der Niederschrift klar ersichtlich ist.

Zusätzlich zu den angegebenen Punkten wird für jede vollkommen richtig gelöste Aufgabe jeweils ein Sonderpunkt vergeben, so dass

$$30 + 5 \text{ Sonderpunkte} = 35 \text{ Punkte}$$

erreichbar sind.

Die Benutzung eines Taschenrechners ist nicht erlaubt!

Die Klausur ist bestanden, wenn 17 Punkte erreicht sind.

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
Punkte						

Aufgabe 1

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

- (a) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion: Für $n = 1, 2, 3, \dots$ gilt

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

- (b) Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{\sin^2(x)}.$$

Aufgabe 2

Gegeben sei eine Kurve C durch die Parameterdarstellung

$$C : \underline{x}(t) = \begin{pmatrix} \ln t \\ \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{t} \right) \end{pmatrix}, \quad 1 \leq t \leq 2.$$

Geben Sie die Parametrisierung von C nach der Bogenlänge an (natürliche Parameterdarstellung). Bestimmen Sie die Länge von C .

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die lokalen Extrema der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = xy - x^2y - xy^2$.

Aufgabe 4

Geben Sie die erste Iterierte des Newton-Verfahrens an zur Bestimmung der Lösung des Gleichungssystems

$$\underline{F}(x, y) = \begin{pmatrix} -2 + x + \sin y \\ 1 + \frac{\pi}{2} + y - \cos(\pi x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Verwenden Sie als Startwert $\underline{x}_0 = (\frac{1}{2}, \pi)^T$. Das Gleichungssystem zur Bestimmung der Iterierten muss explizit angegeben werden.

Aufgabe 5

Bestimmen Sie für die Funktion $f(x, y, z) = e^x yz$ das Taylor-Polynom der Ordnung 3 um den Entwicklungspunkt $(0, 0, 1)$.

