

Klausur zu MB I am 25.03.2008

Name:	Vorname:
Matr.-Nr.:	

Für die Bearbeitung der Aufgaben sind die beigelegten Blätter zu benutzen. Andere oder herausgelöste Blätter werden bei der Korrektur nicht berücksichtigt - ohne Ausnahme. Falls der Raum zur Bearbeitung einer Aufgabe nicht ausreichen sollte, benutzen Sie bitte die Rückseite der Blätter, aber mit klaren Hinweisen, dass es dort weiter geht und zu welcher Aufgabe was gehört.

Die maximal erreichbare Punktzahl je Aufgabe beträgt 6. Diese Höchstzahl wird für eine richtige Lösung jedoch nur dann vergeben, wenn auch der Lösungsweg aus der Niederschrift klar ersichtlich ist.

Zusätzlich zu den angegebenen Punkten wird für jede vollkommen richtig gelöste Aufgabe jeweils ein Sonderpunkt vergeben, so dass

$$30 + 5 \text{ Sonderpunkte} = 35 \text{ Punkte}$$

erreichbar sind.

Die Benutzung eines Taschenrechners ist nicht erlaubt!

Die Klausur ist bestanden, wenn 17 Punkte erreicht sind.

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
Punkte						

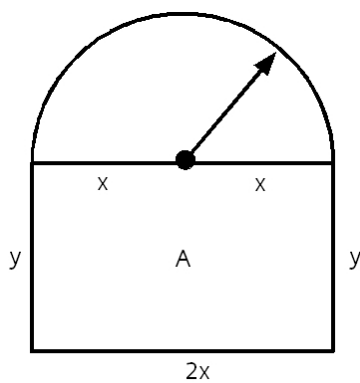
Aufgabe 1

Berechnen Sie mit dem Satz von L'Hospital die Grenzwerte für $x \rightarrow 0$ der Funktionen

$$f(x) = \frac{\sin(3x)}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}} \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{e^x - x - 1}{(e^x - 1)x}.$$

Aufgabe 2

Der Querschnitt eines Tunnels besteht aus einem Rechteck mit aufgesetztem Halbkreis, s. Skizze. Wie müssen die Abmessungen gewählt werden, damit bei fest vorgegebenem Umfang $U = \text{const} = c$ die Querschnittsfläche möglichst groß wird?



Aufgabe 3

Geben Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{k=3}^{\infty} \frac{3^k}{k-2} (x-2)^k$$

und das Konvergenzintervall an. Untersuchen Sie die Konvergenzeigenschaften an den Randpunkten des Konvergenzintervalls.

Aufgabe 4

Zeigen Sie mit Hilfe der Grenzwertdefinition, dass die Vektorfolge

$$\underline{a}_n = \begin{pmatrix} \frac{n}{4n+1} \\ 1 + \frac{3}{n!} \\ \frac{n - \sin n}{1+2n} \end{pmatrix},$$

einen Grenzwert besitzt.

Aufgabe 5

Lösen Sie:

- (i) Es sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ eine viermal stetig partiell differenzierbare Funktion. Geben Sie alle partiellen Ableitungen der Ordnung 4 an. Geben Sie an, welche davon identisch sind.
- (ii) Geben Sie für das Nullstellenproblem

$$\underline{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^2 y \\ x \sin z \\ y - x e^z \end{pmatrix} = \underline{0}$$

das Gleichungssystem zur Bestimmung der ersten Newton-Iterierten an. Verwenden Sie den Vektor

$$\underline{x}^{(0)} = (1, 1, \pi)^T$$

als Startvektor.

