Universität Dortmund, FB Mathematik, AOR Dr. A. Langer

Testat 4 zu MB III am 09.03.2007

Name:	Vorname:
Matr.-Nr.:	

Aufgabe 4.1 (1+1+2=4 Punkte)

Geben Sie die Eulerschen Randwertaufgaben zu folgenden Variationsproblemen an:

a) $J(u) = \int_1^2 (x^2 u + (u'')^2)\,dx, \quad u(1) = 1,\ u'(1) = 1,\ u(2) = 2,\ u'(2) = 3,$

b) $J(u) = \int_1^2 (x^2 u + (u')^2)\,dx,$

c) $J(\underline{u}) = \int_0^1 [2u_1 u_2 + (u_1')^2 + (u_2')^2]\,dx, \quad \underline{u}(0) = \underline{0}, \quad \underline{u}(1) = \binom{1}{0}.$

Beachten Sie die Angabe korrekter Randbedingungen.

Aufgabe 4.2 (4 Punkte)

Ist

$$s(x) = \begin{cases} 1 - \frac{5}{3}\,x + \frac{2}{3}\,x^3 & 0 \le x \le 1, \\ 3 - \frac{23}{3}\,x + 6x^2 - \frac{4}{3}\,x^3, & 1 \le x \le 2, \\ -13 + \frac{49}{3}\,x - 6x^2 + \frac{2}{3}\,x^3 & 2 \le x \le 3 \end{cases}$$

ein natürlicher kubischer Spline?

Aufgabe 4.3 (3 Punkte)

Transformieren Sie das Integral

$$\int_a^b [f''(x)]^2\,dx$$

auf das Intervall $[0;1]$. Dabei sind zweite Ableitungen der verketteten Funktion $f \circ \xi$ zu erzeugen, wenn $\xi(t)$ die Transformation des Intervalls $[0;1]$ nach $[a;b]$ ist.

Aufgabe 4.4 (2 Punkte)

Zur Interpolation mit linearen Polynomen auf dem Intervall $[-1;1]$ seien die Freiheitsgrade Γ_i, $i = 1, 2$, ausgewählt mit

$$\Gamma_1(f) = f(-1), \qquad \Gamma_2(f) = \int_{-1}^1 f(x)\,dx.$$

Geben Sie die kanonische Basis bzgl. der gewählten Freiheitsgrade an, d.h. bestimmen Sie 2 Funktionen N_1 und N_2 mit der Eigenschaft

$$\Gamma_i(N_j) = \delta_{ij}, \quad i, j = 1, 2.$$