Universität Dortmund, FB Mathematik, AOR Dr. A. Langer

Testat 4 zu MB III am 26.01.2007

Name:	Vorname:
Matr.-Nr.:	

Aufgabe 4.1 (3 Punkte)

Erläutern Sie ausführlich, warum das Problem $A\underline{x} + \underline{b} = \underline{0}$ mit positiv definiter Matrix A äquivalent zu einem Minimierungsproblem ist. Erläutern Sie auch, was Liniensuche bedeutet und wie das Minimierungsproblem iterativ gelöst wird.

Aufgabe 4.2 (4 Punkte)

Führen Sie zur Lösung des Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

einen Schritt mit dem JOR-Verfahren durch. Verwenden Sie den Relaxationsparameter $\omega = 1/2$ und den Startvektor $(2, 1, -1)^T$. Konvergiert das Verfahren für $\omega = 1/2$?

Aufgabe 4.3 (3 Punkte)

Leiten Sie für das Variationsproblem

$$J(u) = \int_a^b F(x, u, u', u'')\, dx = stat.!, \quad u(a) = \alpha, \quad u'(a) = \alpha', \quad u(b) = \beta, \quad u'(b) = \beta',$$

die Eulersche Randwertaufgabe her. Begründen Sie wichtige Schritte.

Aufgabe 4.4 (3 Punkte)

Es ist für den Einheitskreis $B \subset \mathbb{R}^2$

$$0 = \int_B < \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\, x^2 \\ \frac{1}{2}\, y^2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} > \, dB.$$

Weisen Sie dies nach durch partielle Integration nach Gauß. Hinweis: η' ist der rechte Faktor.