

Testat 3 zu MB III am 06.03.2007

Name: _____	Vorname: _____
Matr.-Nr.: _____	

Aufgabe 3.1

(3 Punkte)

Eine (diagonal-1-normierte) Matrix A habe die Eigenwerte 1, 3/2, 7/3.

- a) Konvergiert das zugehörige Gesamtschrittverfahren zur Lösung des Gleichungssystems $Ax = b$ bei beliebiger rechter Seite?
- b) Konvergiert das JOR-Verfahren für den Relaxationsparameter $\omega = 1/5$?
- c) Können Sie einen optimalen Relaxationsparameter angeben?

Aufgabe 3.2

(3 Punkte)

Behauptung: Die quadratische Form

$$Q(x; y; z) = \frac{1}{2} \langle x; Ax \rangle + \langle b; x \rangle$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & p/2 & 1 \\ p/2 & 3 & p/2 \\ 0 & p/2 & 3 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

besitzt ein Minimum.

- a) Welches Gleichungssystem mit der Minimalpunkt?
- b) Geben Sie ein iteratives Verfahren an, dass gegen diesen Minimalpunkt konvergiert. Begründen Sie die Konvergenz. Hinweis: Ein Eigenwert von A ist 5.

Aufgabe 3.3

(4 Punkte)

Berechnen Sie mit partieller Integration nach Gauß:

$$Z = \int_{B=K_1(0)} \langle \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rangle dB$$

$K_1(0)$ ist dabei der Kreis mit Radius 1 um den Nullpunkt.

- a) Wählen Sie $a = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $\alpha = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$.
- b) Wählen Sie $\alpha = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$.

Aufgabe 3.4

(3 Punkte)

Berechnen Sie die Fläche eines Zylindermantels durch ein geeignetes Flächenintegral.