Universität Dortmund, FB Mathematik, AOR Dr. A. Langer

Testat 3 zu MB III am 15.12.2006

Name: Vorname:

Matr.-Nr.:

Aufgabe 3.1 (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass es sich bei der Adams-Bashforth-Formel 2. Ordnung

$$\overline{y}_i = \overline{y}_{i-1} + h \cdot (-\frac{1}{2}\overline{f}_{i-2} + \frac{3}{2}\overline{f}_{i-1})$$

um ein konsistentes Verfahren handelt.

Aufgabe 3.2 (4 Punkte)

Betrachten Sie das Anfangswertproblem $y'' - x^2(y')^2 + xy^2 = x^3$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 0$. Formen Sie das AWP in ein System 1. Ordnung um und formulieren Sie den ersten Schritt mit dem impliziten Euler-Verfahren. Geben Sie das Nullstellenproblem für das Newton-Verfahren an, mit dem Sie das nicht-lineare Gleichungssystem lösen wollen. Geben Sie mit Hilfe des expliziten Euler-Verfahrens einen Startwert für das Newton-Verfahren an.

Aufgabe 3.3 (3 Punkte)

Zeigen Sie anhand des Modellproblems $y' = -ay$, $y(0) = 1$, $a > 0$, dass das Crank-Nicolson-Verfahren

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}(f_{i+1} + f_i)$$

unabhängig von der Wahl der Schrittweite h stets abklingende Lösungen produziert, also absolut stabil ist.

Aufgabe 3.4 (3 Punkte)

Das Wärmeleitungsproblem in einer Ortsvariablen $u_t - u_x x = 0$, $u(x, 0) = x(1 - x)$ für $0 < x < 1$, $u(0, t) = t$ für $t > 0$, $u(1, t) = 4t^2$ für $t > 0$ soll mit der Ortsschrittweite $h = 1/2$ und der Zeitschrittweite $k = 1/4$ diskretisiert werden. Zur Approximation von u_{xx} wird dabei das Crank-Nicolson-Verfahren gewählt, zur Approximation von u_t der übliche Differenzenquotient. Bestimmen Sie die resultierende Approximation für $u(1/2, 1/4)$.