

Name:	Vorname:
Matr.-Nr.:	

Aufgabe 2.1

(4 Punkte)

Führen Sie zur Schrittweite $h = 1$ einen Schritt mit dem Halbschrittverfahren zur Lösung des Anfangswertproblems

$$\underline{y}' = \begin{pmatrix} -\sqrt{x} + y_1^2 - \sin(\pi \cdot y_2) \\ \cos(\pi \cdot x) - e^{1-y_1} + y_2 \end{pmatrix}, \quad \underline{y}(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

aus.

Aufgabe 2.2

(3 Punkte)

Weisen Sie die Konsistenzordnung 2 für das Halbschrittverfahren nach.

Aufgabe 2.3

(2 Punkte)

Geben Sie mit Begründung je ein 2-Schritt-Verfahren an, das a) stabil, b) instabil ist.

Aufgabe 2.4

(4 Punkte)

Das Wärmeleitungsproblem $u_t = u_{xx}$, $x \in [0; 1]$, $t > 0$, mit Randbedingungen $u(0, t) = u(1, t) = 0$ für $t \geq 0$ und der Anfangsbedingung $u(x, 0) = x(1 - x)$, $x \in [0; 1]$, sei gegeben. Das Problem soll mit dem α -Verfahren mit $\alpha = 1/4$ diskretisiert werden. Als Ortsschrittweite wird $h = 1/3$ gewählt. Wieviele Zeitschritte benötigen Sie mindestens, um $u(1/3, 1)$ und $u(2/3, 1)$ berechnen zu können? Geben Sie das entstehende Gleichungssystem für die Berechnung der Unbekannten in der ersten Zeitschicht an, d.h. Matrix und rechte Seite. Das Gleichungssystem muss nicht gelöst werden.