Universität Dortmund, FB Mathematik, AOR Dr. A. Langer

Testat 1 zu MB III am 23.02.2007

Name:	Vorname:
Matr.-Nr.:	

Aufgabe 1.1 (3 Punkte)

Führen Sie mit der Picard-Methode eine Iteration zur Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{aligned} y_1'(x) &= x^2 - 2y_1(x)^2 + y_2(x), \\ y_2'(x) &= -x + \sqrt{y_1(x)} - y_2(x), \end{aligned}$$

$\underline{y}(1) = (1,1)^T$, durch. Verwenden Sie als Startwert $\underline{z}_0(x) = \binom{x}{x}$.

Aufgabe 1.2 (2 Punkte)

Begründen Sie oder widerlegen Sie: Die Funktionen $y_1(x) = x$, $y_2(x) = \sin x$, $y_3(x) = e^x$ sind linear unabhängig.

Aufgabe 1.3 (2 Punkte)

Begründen Sie: Die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung $Ly = r$ mit einem linearen Differentialoperator L setzt sich aus einer speziellen inhomogenen Lösung und der Lösung des homogenen Problems zusammen.

Aufgabe 1.4 (4 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\underline{y}' = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \cdot \underline{y}, \qquad \underline{y}(0) = \begin{pmatrix} 3/4 \\ 5/4 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 1.5 (2 Punkte)

Geben Sie für den Kreis B um den Nullpunkt mit Radius 3 die Lösung $u(r, \varphi)$ des äußeren Dirichletschen Problems der Laplace-Gleichung an, wenn die Randfunktion

$$u_{|\partial B}(\varphi) = h(\varphi) = \frac{1}{27}\cos(6\varphi) + 2\sin(3\varphi)$$

lautet.