Universität Dortmund, FB Mathematik, AOR Dr. A. Langer

Klausur zu MB I am 05.09.2007

Name:	Vorname:
Matr.-Nr.:	

Für die Bearbeitung der Aufgaben sind die beigefügten Blätter zu benutzen. Andere oder herausgelöste Blätter werden bei der Korrektur nicht berücksichtigt - ohne Ausnahme. Falls der Raum zur Bearbeitung einer Aufgabe nicht ausreichen sollte, benutzen Sie bitte die Rückseite der Blätter, aber mit klaren Hinweisen, dass es dort weiter geht und zu welcher Aufgabe was gehört.
Die maximal erreichbare Punktzahl je Aufgabe beträgt 6. Diese Höchstzahl wird für eine richtige Lösung jedoch nur dann vergeben, wenn auch der Lösungsweg aus der Niederschrift klar ersichtlich ist.
Zusätzlich zu den angegebenen Punkten wird für jede vollkommen richtig gelöste Aufgabe jeweils ein Sonderpunkt vergeben, so dass

$$30 \ + 5 \text{ Sonderpunkte } = \ 35 \text{ Punkte}$$

erreichbar sind.

Die Benutzung eines Taschenrechners ist nicht erlaubt!

Die Klausur ist bestanden, wenn 17 Punkte erreicht sind.

Aufgabe	1	2	3	4	5	$\sum$
Punkte						

Aufgabe 1

Führen Sie für die Funktion $f(x, y, z) = x + y^2 + z^3$ die Taylorentwicklung um den Enwicklungspunkt $\underline{x}_0 = (1, 2, 3)$ durch. Wie groß ist der entstehende Fehler?

Aufgabe 2

Parametrisieren Sie die Kurve

$$\underline{x}(t) = \begin{pmatrix} t \\ \frac{1}{3}\,(2t)^{3/2} \\ \frac{1}{2}\,t^2 \end{pmatrix}, \quad 0 \le t \le 1,$$

nach der Bogenlänge, d.h. geben Sie die natürliche Parameterdarstellung an. Vergessen Sie nicht die Angabe des Parameterbereiches für die natürliche Parameterdarstellung.

Hinweis: Im Laufe der Rechnung tritt eine quadratische Gleichung auf. Nur eine der Lösungen kommt in Frage. Welche und warum?

Aufgabe 3

Welche Kantenlängen hat ein Quader mit maximalem Volumen, wenn die Oberfläche F fest vorgegeben ist?

Hinweis: Lösen Sie die Gleichungen der notwendigen Bedingung nach dem Lagrange-Multiplikator λ auf.

Aufgabe 4

Es sei die Kurve C das Geradenstück im $\mathbb{R}^3$ vom Nullpunkt zum Punkt (1,1,1). Weiter ist das Vektorfeld $\underline{a}(x,y,z)$ gegeben durch

$$\underline{a}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 2x + y^2 \\ 2xy \\ yz \end{pmatrix}.$$

Gesucht ist

$$\int_C \underline{a}\, d\underline{x}.$$

1. Überprüfen Sie die Integrabilitätsbedingungen.
2. Berechnen Sie $\int_C \underline{a}\, d\underline{x}$.

Aufgabe 5

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

a) Für $n \geq 2$ ist der Ausdruck $n^3 - n$ stets durch 3 teilbar.

b) Die Summe der ersten n ungeraden Zahlen ist n^2.