Universität Dortmund
Fachbereich Mathematik
AOR Dr. A. Langer

20.10.2006

Mathematische Methoden im Bauwesen I

1. Übung

Aufgabe 1.1
Es seien p und q folgende Aussagen:

p: Ich schließe meine Lücken im Abiturstoff des Faches Mathematik.

q: Ich kann der Mathematik-Vorlesung gut folgen.

Formulieren Sie in Worten:

a) $p \Rightarrow q$, b) $q \Rightarrow p$, c) $\neg p \Rightarrow \neg q$, d) $\neg(\neg p \wedge q)$.

Aufgabe 1.2
In einer Stahlbaufirma haben die Vorbereitungen für die Montage einer Brücke begonnen. Die vormontierten Baugruppen sollen mit Hilfe von Hydraulikpressen in die erforderliche Position gebracht werden. Bei einem dieser Montageschritte muss unbedingt vermieden werden, dass die Ventile zur Betätigung der Hydraulikpressen in eine der folgenden Konstellationen kommen:

(1) Ventil E geschlossen, und Ventile B oder D offen.

(2) Ventile A oder C geschlossen, und Ventil F offen.

(3) Ventile D, E und A offen.

(4) Ventile B und D geschlossen.

(5) Ventil B offen, und Ventil A geschlossen.

(6) Ventil D geschlossen, und Ventile B und E offen.

(7) Ventile B und C geschlossen, und Ventile D und E offen.

Es gibt nur eine bestimmte Stellung, bei der alle genannten Konstellationen vermieden werden. Welche?

Aufgabe 1.3
Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstafeln, daß die folgenden Aussagenverknüpfungen zueinander äquivalent sind:

a) $\neg(p \wedge q)$ und $\neg p \vee \neg q$, b) $\neg(p \vee q)$ und $\neg p \wedge \neg q$,

c) $\neg(p \Rightarrow q)$ und $p \wedge \neg q$, d) $\neg(p \Rightarrow q)$ und $\neg(\neg q \Rightarrow \neg p)$.

Bem.: Regel a) und b) heißen *De Morgansche Regeln*.

Aufgabe 1.4
Zeigen Sie durch einen indirekten Beweis:

Für $x_1,\, x_2 \in \mathbb{R},\, x_1,\, x_2 \geq 0$, gilt:

$$\sqrt{x_1 \cdot x_2} \leq \frac{1}{2}\,(x_1 + x_2).$$

Bem.: Die linke Seite der Ungleichung heißt *geometrisches Mittel*, die rechte *arithmetisches Mittel*.

Aufgabe 1.5
Beweisen Sie:

a) $0,\overline{999} = 1$, b) $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{1}{6}\, n\,(n+1)\,(2n+1), n = 1, 2, 3, \ldots,$

c) $\sum_{i=1}^{n}(2i-1) = n^2, n = 1, 2, 3, \ldots$ d) $\frac{1}{n!} < \frac{1}{2^{n-1}}, n = 3, 4, 5, \ldots$

Aufgabe 1.6
Ordnen Sie unter Verwendung des binomischen Lehrsatzes $(x+2)^5$ nach x-Potenzen.

Bearbeitungsziel: Fr., 27.10.2006, bis 12.00 Uhr, in den Briefkästen oder bei den Übungsleitern