

**Aufgabe 1** (Handrechnung, kein Taschenrechner!!)

Eine Kurve  $C$  sei stückweise zusammengesetzt aus drei Kurvenstücken  $C_1$ ,  $C_2$  und  $C_3$ .  $C_1$  ist der Graph von  $f_1 : [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f_1(x) = x^2$ .  $C_2$  ist der Graph von  $f_2 : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f_2(x) = \sqrt{x}$ .  $C_3$  ist das Geradenstück vom Punkt  $(2, \sqrt{2})$  zum Punkt  $(3, \pi)$ .

- Skizzieren Sie  $C$ .
- Geben Sie Parametrisierungen von  $C_1$ ,  $C_2$  und  $C_3$  an.
- Integrieren Sie das Vektorfeld  $\underline{a}(\underline{x}) = \begin{pmatrix} 3xy^2 \\ 2y \end{pmatrix}$  über  $C_2$ .
- Integrieren Sie das Vektorfeld  $\underline{a}(\underline{x}) = \begin{pmatrix} 2xy + \sin y \\ x^2 + x \cos y + 2y \end{pmatrix}$  über  $C$ .

**Aufgabe 2** (Handrechnung, kein Taschenrechner!!)

Die Funktion  $f : [2; 3] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = x$  ist integrierbar. Berechnen Sie

$$\int_2^3 x \, dx$$

als Grenzwert von Summenzerlegungen.

**Aufgabe 3** (Handrechnung, kein Taschenrechner!!)

Ein quaderförmiger, geschlossener Behälter soll bei gegebenem Volumen  $V > 0$  mit möglichst geringem Materialaufwand hergestellt werden. Wie sind seine Kantenlängen zu wählen und wieviel Material wird dann verbraucht? Begründen Sie, dass ein maximaler Materialaufwand nicht existieren kann.

**Aufgabe 4** (Handrechnung, kein Taschenrechner!!)

Gegeben sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = x^2 - 1$ .

- Geben Sie zu den Daten  $(-1, f(-1))$ ,  $(0, f(0))$  und  $(1, f(1))$  das Ausgleichspolynom 2. Grades nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate an.
- Geben Sie  $s \in \mathbb{R}$  so an, dass sich das in a) berechnete Ausgleichspolynom 2. Grades (nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate) nicht ändert, wenn Sie den Messwert  $(6, s)$  hinzunehmen. Begründen Sie Ihre Wahl.
- Bestimmen Sie das lineare Ausgleichspolynom nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate zu den Daten aus a).

**Aufgabe 5**                      **(Handrechnung, kein Taschenrechner!!)**

Eine Zahlenfolge sei rekursiv gegeben durch

$$a_0 = 2, \quad a_1 = 5, \quad a_n = 5a_{n-1} - 4a_{n-2}, \quad n \geq 2.$$

Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für das allgemeine Glied die Darstellung gilt:

$$a_n = 4^n + 1, \quad n \geq 0.$$