

## ÜBUNGSBLATT 14

**Übung 1.** Sei  $A \in \mathbb{R}^{m \times N}$  und  $0 < p \leq 1$ . Zeige dass, falls jeder  $2s$ -dünne Vektor  $x \in \mathbb{R}^N$  die eindeutige Lösung von  $\min_{z \in \mathbb{R}^N} \|z\|_p$  mit NB  $Ax = Az$  ist, dann gilt  $m \geq (\log 9)^{-1} ps \log \left( \frac{N}{4s} \right)$ .

**Übung 2.** Sei  $0 < p \leq 1$  und  $p < q \leq 2$ . Sei  $B_p^N = \{x \in \mathbb{R}^N \mid \|x\|_p \leq 1\}$  der Ball bezüglich der  $\ell_p$ -quasi-Norm und definiere

$$d^m(B_p^N, \ell_q^N) := \inf_{M \subset \ell_q^N, \text{codim } M \leq m} \sup_{x \in M \cap B_p^N} \|x\|_q.$$

$d^m(B_p^N, \ell_q^N)$  heißt die Gelfand Weiten des  $\ell_p$ -Balls mit  $p \leq 1$ .

Schreibe eine Beweisanleitung für die folgende Ungleichung aus:

$$(1) \quad d^m(B_p^N, \ell_q^N) \geq \frac{1}{2^{1+1/p-1/q}} \min \left\{ 1, \frac{\log(eN/m)}{m} \right\}.$$