ÜBUNGSBLATT 14

Übung 1. Sei $A \in \mathbb{R}^{m\times N}$ und $0 < p \leq 1$. Zeige dass, falls jeder $2s$-dünne Vektor $x \in \mathbb{R}^N$ die endeutige Lösung von $\min_{z\in\mathbb{R}^N} \|z\|_p$ mit NB $Ax = Az$ ist, dann gilt $m \geq (\log 9)^{-1} ps \log\left(\frac{N}{4s}\right)$.

Übung 2. Sei $0 < p \leq 1$ und $p < q \leq 2$. Sei $B_p^N = \{x \in \mathbb{R}^N \mid \|x\|_p \leq 1\}$ der Ball bezüglich der ℓ_p-quasi-Norm und definiere

$$d^m(B_p^N, \ell_q^N) := \inf_{M\subset \ell_q^N, \operatorname{codim} M \leq m} \sup_{x\in M\cap B_p^N} \|x\|_q.$$

$d^m(B_p^N, \ell_q^N)$ heißt die Gelfand Weiten des ℓ_p-Balls mit $p \leq 1$.

Schreibe eine Beweisanleitung für die folgende Ungleichung aus:

$$d^m(B_p^N, \ell_q^N) \geq \frac{1}{2^{1+1/p-1/q}} \min\left\{1, \frac{log(eN/m)}{m}\right\}^{1/p-1/q}. \tag{1}$$