Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Rainer Brück

Dortmund, 17. Januar 2017

Komplexe dynamische Systeme
Beweis zu Satz 3.4.6

Beweis. Es sei $f'(0) = \lambda$ mit $\lambda^m = 1$ für ein $m \in \mathbb{N}$, wobei m minimal gewählt wird. Es gilt in einer Umgebung $U(0)$ von 0

$$f(z) = \lambda z - az^{s+1} + \cdots ,$$

also

$$f^m(z) = z - bz^{t+1} + \cdots$$

mit $t \in \mathbb{N}$ und $b \neq 0$. Nach dem Blumensatz angewandt auf f^m gibt es t Leaugebiete $\mathscr{L}_1, \ldots, \mathscr{L}_t$ mit Randpunkt 0. Jedes $\mathscr{L}_k$ enthält ein unter f^m invariantes attraktives Blütenblatt und ein Element von $\operatorname{sing}(f^m)^{-1}$. Da $f(\mathscr{L}_k)$ in einer Komponente von $\mathscr{F}(f)$ mit Winkel $2\pi/t$ an 0 enthalten ist, folgt: f permutiert $\mathscr{L}_1, \ldots, \mathscr{L}_t$ zyklisch und $t = qm$ mit $q \in \mathbb{N}$. Weiter folgt, dass mindestens ein $\mathscr{L}_k$ ein Element von $\operatorname{sing} f^{-1}$ enthält. $\square$