Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Rainer Brück
Dipl.-Math. Benjamin Mehanna

Dortmund, 27. Mai 2014

Lineare dynamische Systeme

7. Übungsblatt, SoSe 2014

1) Es seien $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet, $H(G)$ der Fréchetraum aller holomorphen Funktionen in G (siehe Beispiel 2.1.7 (c)) und D der Differentiationsoperator auf $H(G)$. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

   a) D ist chaotisch.

   b) D ist hyperzyklisch.

   c) G ist einfach zusammenhängend, d.h. $\widehat{\mathbb{C}} \setminus G$ ist zusammenhängend.

   Hinweis: Ist G einfach zusammenhängend, so sind die Polynome nach dem Rungeschen Approximationssatz dicht in $H(G)$.

2) Es seien D der Differentiationsoperator auf $H(\mathbb{C})$ und $\lambda \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$. Zeigen Sie, dass der Operator λD mischend ist.

3) Es seien X ein Fréchetraum, $T\colon X \to X$ ein schwach mischender (bzw. mischender) Operator und $\lambda \in \mathbb{K}$ mit $|\lambda| = 1$. Zeigen Sie, dass dann auch der Operator λT schwach mischend (bzw. mischend) ist.