

## Lineare dynamische Systeme

### 4. Übungsblatt, SoSe 2014

1) Es sei  $T: [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$  das dynamische System definiert durch

$$Tx := \begin{cases} 2x + 2 & \text{für } -1 \leq x \leq -\frac{1}{2}, \\ -2x & \text{für } -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}, \\ -2x + 2 & \text{für } \frac{1}{2} \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Zeigen Sie:

- $T$  besitzt einen dichten Orbit, aber  $T^2$  nicht.
- Es gibt  $x, y \in [-1, 1]$  so, dass  $\text{orb}(x, T^2) \cup \text{orb}(y, T^2)$  dicht in  $[-1, 1]$  ist, aber  $\text{orb}(x, T^2)$  und  $\text{orb}(y, T^2)$  nicht dicht in  $[-1, 1]$  sind.
- Es gibt ein  $x \in [-1, 1]$  so, dass  $\overline{\text{orb}(x, T^2)}$  eine nichtleere offene Menge enthält, aber  $\text{orb}(x, T^2)$  nicht dicht in  $[-1, 1]$  ist.

*Hinweis:* Zur Lösung der Aufgabe ist es nützlich, die Graphen von  $T$  und  $T^2$  zu skizzieren.

- Ein dynamisches System  $T: X \rightarrow X$  heißt *total transitiv*, falls  $T^p$  für alle  $p \in \mathbb{N}$  topologisch transitiv ist. Zeigen Sie: Ist  $T$  schwach mischend, so ist  $T$  total transitiv.
- Zeigen Sie, dass ein chaotisches und total transitives dynamisches System  $T: X \rightarrow X$  schwach mischend ist.

*Hinweis:* Benutzen Sie die 2-Mengen-Eigenschaft schwach mischender Abbildungen (Satz 1.5.8).