Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Rainer Brück
Dipl.-Math. Benjamin Mehanna

Dortmund, 8. April 2014

Lineare dynamische Systeme

1. Übungsblatt, SoSe 2014

1) Zeigen Sie, dass die Iterierten der logistischen Abbildung L_2 gegeben sind durch

$$L_2^n x = \frac{1}{2}\left(1 - (1-2x)^{2^n}\right), \quad n \in \mathbb{N}_0 .$$

   Studieren Sie nun das Langzeitverhalten des Orbits $\operatorname{orb}(x, L_2)$ für $x \in \mathbb{R}$.

2) a) Verifizieren Sie die Aussagen in den Beispielen 1.1.5 (a) – (c).

   b) Zeigen Sie, dass die logistische Abbildung L_4 eingeschränkt auf $[0,1]$ quasikonjugiert zur Verdopplungsabbildung auf $[0,1]$ ist und man $\phi(x) = \sin^2 \pi x$ wählen kann. Zeigen Sie weiterhin, dass diese Abbildungen nicht konjugiert sind.

3) Es sei X ein metrischer Raum und $T\colon X \to X$ ein dynamisches System. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

   a) T ist topologisch transitiv.

   b) Für jede offene Menge $U \subset X$ mit $T^{-1}(U) \subset U$ ist entweder $U = \emptyset$ oder U ist dicht in X.

   c) Für jede abgeschlossene Menge $A \subset X$ mit $T(A) \subset A$ ist entweder $A = X$ oder A ist nirgends dicht, d.h. A besitzt keine inneren Punkte.

4) Es sei X ein metrischer Raum mit mindestens einem isolierten Punkt und $T\colon X \to X$ ein topologisch transitives dynamisches System. Zeigen Sie, dass dann X eine endliche Menge ist und $\operatorname{orb}(x, T) = X$ für jedes $x \in X$.