Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Rainer Brück
Dr. Christopher Classen

Dortmund, 17. Januar 2017

Komplexe dynamische Systeme

11. Übungsblatt, WiSe 2016/17

1) Es sei $\mathscr{A}(0)$ ein einfach zusammenhängendes Schrödergebiet einer rationalen Funktion f. Zeigen Sie, dass f in $\mathscr{A}(0)$ lokal konjugiert zu einem Blaschkeprodukt ist.

   Hinweis: Benutzen Sie den Riemannschen Abbildungssatz.

2) Es sei U ein Schrödergebiet einer rationalen Funktion f. Zeigen Sie, dass U einfach zusammenhängend ist, falls U genau einen kritischen Punkt enthält.

   Hinweis: Lemma 3.2.6 gilt auch für Schrödergebiete.

3) Es sei $f(z) = \lambda z(z-1)^2$ mit $|\lambda| = 1$, sodass $z = 0$ das Zentrum einer Siegelscheibe ist. Zeigen Sie, dass die Fatoumenge von f aus dem Böttchergebiet $\mathscr{A}(\infty)$, der Siegelscheibe mit Zentrum 0 und deren Urbildern besteht.

   Hinweis: Sie dürfen den Satz (der in der Vorlesung noch bewiesen wird) benutzen, dass ein Böttcher-, Schröder- oder Leaugebiet einer rationalen Funktion einen kritischen Punkt enthält und es zu jeder Siegelscheibe U einen kritischen Punkt ζ gibt mit $\partial U \subset (O^+(\zeta))^*$, wobei A^* die Menge der Häufungspunkte einer Menge A bezeichnet.