

Komplexe dynamische Systeme

9. Übungsblatt, WiSe 2016/17

- 1) Es sei $P(z) := z^2 - z^3$ und $\mathcal{A}(0)$ das Böttchergebiet mit Fixpunkt 0.
 - a) Zeigen Sie, dass $\mathcal{A}(0)$ vollständig invariant und einfach zusammenhängend ist.
 - b) Bestimmen Sie ein $r > 0$ mit $U_r(0) \subset \mathcal{A}(0)$.
 - c) Bestimmen Sie $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < 0 < b$ und $(a, b) \subset \mathcal{A}(0)$.
Hinweis: Bestimmen Sie dazu $a, b \in \mathbb{R}$ mit $P(a) = b$ und $P(b) = a$.
 - d) Zeigen Sie, dass die Böttcherfunktion ϕ nicht längs jeden Weges in $\mathcal{A}(0)$ analytisch fortsetzbar ist. Bestimmen Sie Lage und Art der Singularitäten von ϕ .
- 2) Es sei $D \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet und E eine kompakte Teilmenge von D . Zeigen Sie, dass es eine kompakte, zusammenhängende Teilmenge F von D gibt, die E enthält.
- 3) Es sei $D \subset \widehat{\mathbb{C}}$ ein m -fach zusammenhängendes Gebiet mit $m > 1$ und C eine Zusammenhangskomponente von $\widehat{\mathbb{C}} \setminus D$. Zeigen Sie, dass $D \cup C$ ein $(m - 1)$ -fach zusammenhängendes Gebiet ist.