Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Rainer Brück
Dr. Christopher Classen

Dortmund, 8. November 2016

Komplexe dynamische Systeme

8. Übungsblatt, WiSe 2016/17

1) Es sei $P_c(z) := z^2 + c$ mit $c \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

   a) Ist $c > \frac{1}{4}$, so ist $\mathscr{J}$ nicht zusammenhängend.

   b) Ist $c \leq -2$, so ist $\mathscr{J} \subset \mathbb{R}$.

   c) Ist $c < -2 - \sqrt{2}$, so ist $\mathscr{J}$ total unzusammenhängend.

2) Es sei $f_\lambda(z) := \lambda \tan z$ mit $\lambda > 0$. Zeigen Sie:

   a) f_λ lässt die Werte $\pm i\lambda$ aus, die Halbebenen $\mathbb{OH}$ und $\mathbb{UH}$ sind invariant und $\mathscr{J} \subset \widehat{\mathbb{R}}$.

   b) Ist $\lambda < 1$, so ist $\mathscr{F} = \mathscr{A}(0)$ ein unendlichfach zusammenhängendes Schrödergebiet.

   c) Ist $\lambda = 1$, so sind die Halbebenen $\mathbb{OH}$ und $\mathbb{UH}$ Leaugebiete mit Fixpunkt 0 und $\mathscr{J} = \widehat{\mathbb{R}}$.

   d) Ist $\lambda > 1$, so sind die Halbebenen $\mathbb{OH}$ und $\mathbb{UH}$ Schrödergebiete (mit welchem Fixpunkt?) und $\mathscr{J} = \widehat{\mathbb{R}}$.

3) Es sei $D \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet, f eine in D holomorphe Funktion mit $f(D) \subset D$ und $z_0 \in D$ ein Fixpunkt von f. Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind.

   a) Es gibt eine Umgebung $U \subset D$ von z_0 mit $f^n \to z_0$ $(n \to \infty)$ lokal gleichmäßig in U genau dann, wenn z_0 (super)attraktiv ist.

   b) Ist D ein hyperbolisches Gebiet, so gilt $f^n \to z_0$ $(n \to \infty)$ lokal gleichmäßig in D genau dann, wenn z_0 (super)attraktiv ist.

   c) Ist D ein beliebiges Gebiet, so gilt $f^n \to z_0$ $(n \to \infty)$ lokal gleichmäßig in D genau dann, wenn z_0 (super)attraktiv ist.