Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Rainer Brück
Dr. Christopher Classen

Dortmund, 17. Mai 2016

Komplexe dynamische Systeme

3. Übungsblatt, SoSe 2016

1) Es seien D, $G \subset \mathbb{C}$ Gebiete, (f_n) eine Folge in $H(D)$ und (g_n) eine Folge in $H(G)$ mit folgenden Eigenschaften:

   a) $g_n(G) \subset D$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

   b) $f_n \to f$ $(n \to \infty)$ und $g_n \to g$ $(n \to \infty)$ lokal gleichmäßig D bzw. in G.

   c) $g(G) \subset D$ (was erfüllt ist, falls g nicht konstant ist).

   Zeigen Sie: $f_n \circ g_n \to f \circ g$ $(n \to \infty)$ lokal gleichmäßig in G.

2) Zeigen Sie:

   a) Ist f eine reelle meromorphe Funktion (d.h. $f(x) \in \widehat{\mathbb{R}}$ für alle $x \in \mathbb{R}$), so ist $\mathscr{J}$ symmetrisch bezüglich der reellen Achse.

   b) Ist f eine gerade oder ungerade meromorphe Funktion, so ist $\mathscr{J}$ punktsymmetrisch bezüglich des Nullpunkts.

   c) Ist P ein Polynom vom Grad $d = 2$, so ist $\mathscr{J}$ punktsymmetrisch bezüglich eines Punktes $z_0 \in \mathbb{C}$. Bestimmen Sie diesen Punkt z_0.

3) Bestimmen Sie die Juliamenge der Koebe-Funktion

$$k(z) := \frac{z}{(1-z)^2}\,.$$

   Hinweis: Betrachten Sie den reellen Graphen.