

Funktionentheorie I

3. Übungsblatt, SoSe 2015

Abgabe bis Montag, den 04.04.15, 12:00 Uhr in den Briefkasten Nr. 30 im Foyer

- 1) Bestimmen Sie alle ganzen Funktionen f mit $|f(z)| = e^{\operatorname{Re} z}$ für alle $z \in \mathbb{C}$.
- 2) Gegeben sei die so genannte Joukowski-Abbildung $J(z) := \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$.
 - a) Bestimmen Sie die Bilder der Kreise $\{ z \in \mathbb{C} : |z| = r \}$ unter J für $r > 0$.
 - b) Bestimmen Sie die Bilder der Strahlen $\{ r e^{i\theta} \in \mathbb{C} : r > 0 \}$ unter J für $\theta \in (-\pi, \pi]$.
 - c) Bestimmen Sie das Bild des Kreisrings $\{ z \in \mathbb{C} : \frac{1}{2} < |z| < 2 \}$ unter J .
- 3) Es sei J die Joukowski-Abbildung aus Aufgabe 2. Dann ist $\cos z = J(e^{iz})$ für $z \in \mathbb{C}$. Bestimmen Sie für $x, y \in \mathbb{R}$ die Bilder der vertikalen Geraden $V_x = \{ x + iy : y \in \mathbb{R} \}$ und der horizontalen Geraden $H_y = \{ x + iy : x \in \mathbb{R} \}$ unter der Kosinusfunktion.
- 4) Berechnen Sie die folgenden Integrale:
 - a)
$$\int_{|z-2i|=2} \frac{e^{\pi z/4}}{(iz+1)(z-1)^2} dz$$
 - b)
$$\int_{|z|=2} \frac{dz}{1+z^2}$$
 - c)
$$\int_{|2z-2|=1} \left(\frac{z}{z-1} \right)^n dz, \quad n \in \mathbb{N}$$