

Funktionentheorie I

2. Übungsblatt, SoSe 2015

Abgabe bis Montag, den 27.04.15, 12:00 Uhr in den Briefkasten Nr. 30 im Foyer

- 1) Zeigen oder widerlegen Sie: Für alle $z \in \mathbb{C}$ gilt $|\sin z| \leq 1$.
- 2) Bestimmen und skizzieren Sie die Bildmengen der folgenden Mengen unter der Abbildung $w = e^z$:
 - a) $A := \{z \in \mathbb{C} : 0 < \operatorname{Re} z < 1\}$
 - b) $B := \{z \in \mathbb{C} : \frac{5\pi}{3} < \operatorname{Im} z < \frac{8\pi}{3}\}$
 - c) $C := \{z \in \mathbb{C} : 0 < \operatorname{Re} z < 1, 0 < \operatorname{Im} z < \frac{\pi}{4}\}$
 - d) $D := \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq \pi\}$
- 3) Bestimmen und skizzieren Sie die Bildmengen der folgenden Mengen unter der Abbildung $w = \operatorname{Log} z$:
 - a) $A := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 0\}$
 - b) $B := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 0, |z| < 1\}$
 - c) $C := \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$
- 4) Es sei T der Rand des Dreiecks mit den Ecken $0, 1, i$. Weiter seien $r > 0$ und $m \in \mathbb{Z}$. Berechnen Sie die folgenden komplexen Kurvenintegrale:

$$\int_T \operatorname{Re} z \, dz, \quad \int_T \operatorname{Im} z \, dz, \quad \int_T z \, dz,$$
$$\int_{|z|=1} z^m \, dz, \quad \int_{|z|=1} \bar{z}^m \, dz, \quad \int_{|z|=1} z^m |dz|,$$
$$\int_{|z|=r} |z^m| \, dz, \quad \int_{|z|=r} |z^m| |dz|, \quad \int_{|z|=r} \bar{z}^m \, dz.$$