ÜBUNGSBLATT 3

ABGABE: Übungen 1 und 4

Übung 1. Sei $N \in \mathbb{N}$ und $e_l(k) := e^{2\pi i \frac{lk}{N}}$ für $l, k = 0, \ldots, N-1$. Beweise, dass $e_0, \ldots, e_{N-1}$ bezüglich des inneren Produkts $\langle e_l, e_m \rangle := \sum_{k=0}^{N-1} e_l(k)\overline{e_m(k)}$ senkrecht sind.

Übung 2. Beweise den folgenden Satz.

Satz: Sei $w_N = e^{-2\pi i/N}$ für $N = 2^n$ gegeben. Dann, benötigen wir höchstens

$$4 \cdot 2^n \cdot n = N \log_2 N = O(N \log N)$$

operationen um alle Fourierkoeffizienten von F zu berechnen.

Übung 3. (letztes Übungsblatt) Beweise, dass das Produkt von zwei total positiven Matrizen eine total positive Matrix ist.

Übung 4. Beweise, dass für $q > p > 0$ und für $x \in \mathbb{C}^N$

$$\sigma_s(x)_q \leq \frac{1}{s^{1/p-1/q}} \|x\|_{p,\infty}^{1-p/q} \|x\|_p^{p/q}$$

gilt. (Hilfe: Folge und bearbeite den Beweis von Satz 1.5)