ÜBUNGSBLATT 2

ABGABE: Übungen 1(a) und 2

Übung 1. (a) Beweise, dass für $0 < p < 1$ und für alle $x, y \in \mathbb{C}^N$ die Ungleichung

$$\|x + y\|_p^p \leq \|x\|_p^p + \|y\|_p^p$$

gilt.

(b) Leite her, dass für $0 < p < \infty$ und für alle $x^1, \dots, x^k \in \mathbb{C}^N$ die Ungleichung

$$\|x^1 + \ldots + x^k\|_p \leq k^{\max\{0,1/p\}}(\|x^1\|_p + \ldots + \|x^k\|_p)$$

gilt.

Übung 2. Gegeben $u, v \in \mathbb{C}^N$ so dass $supp(u) \cap supp(v) = \emptyset$ beweise, dass

$$\max(\|u\|_{1,\infty} + \|v\|_{1,\infty}) \leq \|u + v\|_{1,\infty} \leq \|u\|_{1,\infty} + \|v\|_{1,\infty}.$$

Übung 3. Die Vandermonde Matrix bezüglich der Vektoren $x_0, \dots, x_n \in \mathbb{C}$ ist definiert durch

$$V := V(x_0, \dots, x_n) := \begin{pmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{pmatrix}$$

Beweise, dass

$$\det V = \prod_{0 \leq k < l \leq n} (x_l - x_k).$$

Übung 4. Beweise, dass das Produkt von zwei total positiven Matrizen eine total positive Matrix ist.