

Analysis III für Lehramt

11. Übungsblatt, WiSe 2014/15

Abgabe bis Montag, 12.01.2015, 12:00 Uhr in den Briefkasten Nr. 100 im Foyer

1) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit

a) $z^5 = \bar{z}$,

b) $(z - 1)^6 = (z + 1)^6$.

2) Gegeben sei die Joukowski-Abbildung $J(z) := \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$.

a) Bestimmen Sie die Bilder der Kreise $\{ z \in \mathbb{C} : |z| = r \}$ unter J für $r > 0$.

b) Bestimmen Sie die Bilder der Strahlen $\{ re^{i\theta} \in \mathbb{C} : r > 0 \}$ unter J für $\theta \in (-\pi, \pi]$.

c) Bestimmen Sie das Bild des Kreisrings $\{ z \in \mathbb{C} : \frac{1}{2} < |z| < 2 \}$ unter J .

3) Es sei J die Joukowski-Abbildung aus Aufgabe 2. Dann ist $\cos z = J(e^{iz})$ für $z \in \mathbb{C}$. Bestimmen Sie für $x, y \in \mathbb{R}$ die Bilder der vertikalen Geraden $G_x = \{ x + iy : y \in \mathbb{R} \}$ und der horizontalen Geraden $G_y = \{ x + iy : x \in \mathbb{R} \}$ unter der Kosinusfunktion.

4) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int_{|z|=1} \bar{z} dz$

b) $\int_{|z|=1} \frac{dz}{z(z+3)}$

c) $\int_{\Gamma} \frac{dz}{1+z}$, wobei die Kurve Γ gegeben ist durch die Parameterdarstellung

$$\gamma: [0, 7\pi] \rightarrow \mathbb{C}, \quad \gamma(t) := t + i \sin t.$$