

Analysis III für Lehramt

5. Übungsblatt, WiSe 2014/15

Abgabe bis Montag, 17.11.2014, 12:00 Uhr in den Briefkasten Nr. 100 im Foyer

- 1) Für einen (waagrecht liegenden) zylindrischen Öltank (Innenmaße: Durchmesser $2m$, Länge $6m$) soll ein Messstab skaliert werden, der die jeweils aktuelle Füllmenge in Prozent der gesamten Füllmenge anzeigt (das Volumen des Stabes kann vernachlässigt werden). In welcher Höhe muss die Markierung angebracht werden, wenn die Füllmenge des Tanks 75 %, 50 %, 25 % bzw. 10 % beträgt? Wie viel Öl befindet sich noch im Tank, wenn der Ölstand 50 cm beträgt.
- 2) Gegeben sei die Menge $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, |x| \leq y \leq 1\}$. Skizzieren Sie A und berechnen Sie die Integrale

$$\int_A x^2 y \, d(x, y) \quad \text{und} \quad \int_A e^{-y^2} \, d(x, y).$$

- 3) Gegeben sei die Menge $A \subset \mathbb{R}^2$ im ersten Quadranten, die von den Kurven $xy = 1$, $xy = 2$, $y = x$ und $y = 4x$ berandet wird. Skizzieren Sie die Menge A , berechnen Sie ihren Flächeninhalt und das Integral

$$\int_A x^2 y^2 \, d(x, y).$$

- 4) Gegeben sei die Menge $A \subset \mathbb{R}^2$, die von den Kurven $y = \frac{x}{2}$, $y = 2x$, $y = \sqrt{x}$ und $y = 2\sqrt{x}$ berandet wird. Skizzieren Sie die Menge A , berechnen Sie ihren Flächeninhalt und das Integral

$$\int_A \frac{x^2}{y^2} \, d(x, y).$$