

6. Übungsblatt zu Analysis III

WS 2013/14

Abgabe bis Donnerstag, 28.11. 2013, 10 Uhr

Aufgabe 1 Berechnen Sie das Trägheitsmoment $\int_K (x^2 + y^2) d(x, y, z)$ von

1. $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : (x - a)^2 + y^2 + z^2 \leq r^2\} \quad (a, r > 0);$

2. $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq r^2, 0 \leq z \leq h\} \quad (h > 0).$

Aufgabe 2 Berechnen Sie den Schwerpunkt von

1. $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x > 0, y > 0, z > 0, x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} < 1\}$ und

2. $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 < z, 0 < z < 1\}.$

Aufgabe 3 Berechnen Sie für $t > -1$ die Ableitung von $f(t) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log(1 + t \sin^2 \varphi) d\varphi$ (mit Begründung!) und bestimmen Sie daraus eine explizite (also *integralfreie*) Darstellung von f .

Aufgabe 4 Bestimmen Sie für $x > 0$ explizit die Laplacetransformierte F von $f(t) = \frac{1 - \cos \alpha t}{t}$ ($\alpha \in \mathbb{R}$ vorgegeben), indem Sie F zunächst nach α differenzieren (mit Begründung!) und dann eine Stammfunktion von F bezüglich α berechnen.
(**Hinweis:** $e^{-xt} \sin \alpha t = \text{Im } e^{-t(x-i\alpha)}$ macht die Rechnung etwas einfacher!)

In allen Fällen ist die Benutzung von Computeralgebra zur Berechnung von Stammfunktionen zugelassen und erwünscht.

Weitere Informationen über

<http://www.mathematik.uni-dortmund.de/steinmetz/Stundenplanwinter.html>