TU Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. N. Steinmetz
Dipl.-Math. C. Claßen

Dortmund, 22. Oktober 2012

Analysis I

3. Übungsblatt, Wintersemester 2012/13

Abgabe bis Montag, den 29. Oktober 2012, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1 $\star$

a) Bestimmen Sie Real-, Imaginärteil und Betrag von folgenden komplexen Zahlen, sowie die zu ihnen konjugiert komplexe Zahl:

i) $(1+2i)^2$ ii) $\dfrac{8-i}{3+2i}$ iii) $\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{10}$ iv) $(1+i)^n$ $(n \in \mathbb{N})$

b) Bestimmen und skizzieren Sie jeweils die Menge aller $z \in \mathbb{C}$ mit:

i) $|z-2i|+|z+2i| \leq 16$ ii) $\operatorname{Re} z^2 = 1$ iii) $\operatorname{Im}((1-i)z) > 0$

Aufgabe 2 $\star$

a) Zeigen Sie, dass jedes $n \in \mathbb{N}$ eine eindeutige Darstellung der Form $n = 2^{p-1}(2q-1)$ mit $p, q \in \mathbb{N}$ besitzt.

b) Zeigen Sie, dass die Abbildung $\Phi : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \Phi(n) = (p, q)$ eine Bijektion ist.

c) Geben Sie die Umkehrfunktion an.

Aufgabe 3

a) Zeigen Sie, dass für positive $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$ gilt: $\dfrac{n}{\frac{1}{a_1}+\cdots+\frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \cdots a_n}$

(Wann gilt Gleichheit ?)

b) Sei Q Quader mit den Kanten a, b, c, dem Volumen $V = abc$ und der Oberfläche $F = 2(ab+bc+ca)$. Bestimmen Sie den Quader, der

i) bei gegebener Kantensumme $a+b+c$ das größtmögliche Volumen V hat.

ii) bei gegebenem Volumen V die kleinste Oberfläche F hat.

Aufgabe 4

Berechnen Sie für $n \in \mathbb{N}$

a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$ b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}(-1)^k$

Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung und den Übungen
sowie das Problem der Woche finden Sie unter:
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/`