TU Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. N. Steinmetz
Dipl.-Math. C. Claßen

Dortmund, 7. Januar 2013

Analysis I

12. Übungsblatt, Wintersemester 2012/13

Abgabe bis Montag, den 14. Januar 2013, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie jeweils alle Punkte aus $\mathbb{R}$, in denen f differenzierbar ist, und bestimmen Sie ggf. die Ableitung.

a) $f(x) = \sin x \cdot |x|$ b) $f(x) = x^x \ (x > 0)$ c) $f(x) = \dfrac{e^{x^2} - 1}{1 + |x|}$

Aufgabe 2 ⋆

Berechnen Sie für $x \in (-1, 1)$ die Ableitung von $\arctan \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ und zeigen Sie damit:

$$\arcsin x = \arctan \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

Aufgabe 3 ⋆

Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{e^{2x-1} - e^x}{\sin \pi x}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2(1-\cos x)\sin x - x^3}{(e^{x^2}-1)^2 \sinh x}$ c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 3x}{1-\cosh 2x}$

d) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{3x + \sin x}{4x + \cos x}$ e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{\sinh x}\right)$ f) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

Aufgabe 4

Zeigen Sie jeweils, dass f eine auf I definierte, differenzierbare Umkehrfunktion besitzt und berechnen Sie $(f^{-1})'(y_0)$.

a) $f(x) = x^3 + e^{2x}, I = \mathbb{R}, y_0 = 8 + e^4$ b) $f(x) = \cosh x, y_0 \in I = [1, \infty)$

Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung und den Übungen
sowie das Problem der Woche finden Sie unter:
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/`