TU Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. N. Steinmetz
Dipl.-Math. C. Claßen

Dortmund, 10. Dezember 2012

Analysis I

10. Übungsblatt, Wintersemester 2012/13

Abgabe bis Montag, den 17. Dezember 2012, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1 $\star$

Berechnen Sie die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

a) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} e^{(3+2(-1)^n)n} x^n$ b) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^{2n}$ c) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{n^3}{8^n+5} x^{3n+2}$

Aufgabe 2

Es seien $a_0 = 1, a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 4a_{n-1}$ und $f(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ mit Konvergenzradius r.

a) Zeigen Sie $0 < a_n \leq 4^n$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$.

b) Berechnen Sie f explizit im Intervall $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$.

Hinweis: $a_{n+1}x^{n+1} = xa_n x^n + 4x^2 a_{n-1} x^{n-1}$.

Aufgabe 3 $\star$

a) Stellen Sie $\cos 3x$ und $\sin 3x$ durch $\cos x, \sin x$ dar, indem Sie $e^{3ix} = (e^{ix})^3$ und die Eulersche Formel anwenden.

b) Berechnen Sie die dritten Wurzeln aus i.

Aufgabe 4

Beweisen Sie für die Funktion $\tanh x = \dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ eine Entwicklung der Form

a) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n e^{2nx}$ in $(-\infty, 0)$ und

b) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} b_n e^{-2nx}$ in $(0, \infty)$.

Hinweis: Bestimmen Sie eine Potenzreihenentwicklung der Funktion $h(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$ in $(-1, 1)$ oder verwenden Sie die geometrische Reihe.

Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung und den Übungen
sowie das Problem der Woche finden Sie unter:
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/`