TU Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. N. Steinmetz
Dipl.-Math. C. Claßen

Dortmund, 10. Oktober 2012

Analysis I

1. Übungsblatt, Wintersemester 2012/13

Abgabe bis Montag, den 15. Oktober 2012, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1 $\star$

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x+2| \leq 2 + |x - |x||$.

Aufgabe 2 $\star$

Entscheiden Sie, ob die folgenden Mengen nach oben bzw. unten beschränkt sind, und bestimmen Sie gegebenenfalls Supremum bzw. Infimum, Maximum bzw. Minimum.

a) $\left\{ x \in \mathbb{R} : x = \dfrac{1-t}{1+t}, 0 \leq t < 1 \right\}$,

b) $\left\{ x \in \mathbb{R} : x = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{m}, n, m \in \mathbb{N} \right\}$

Aufgabe 3

Es seien $r, s \in \mathbb{R}$ mit $0 < r < s$ und $x, y, z \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

a) $\dfrac{r}{1+r} < \dfrac{s}{1+s}$

b) $\dfrac{|x-y|}{1+|x-y|} \leq \dfrac{|x-z|}{1+|x-z|} + \dfrac{|z-y|}{1+|z-y|}$

Aufgabe 4

Berechnen Sie folgende Summen

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{2n} (-1)^k 2^{-k}$

b) $\displaystyle\sum_{k=4}^{n+3} q^{k-1}$

c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right)$

Aufgabe 5

a) Zeigen Sie für $0 < a < b$ und $n \geq 2$ die Aussage $na^{n-1} < \dfrac{b^n - a^n}{b-a} < nb^{n-1}$

b) Beweisen Sie $n^3 \leq 3^n$ für natürliche $n \geq 3$ per vollständiger Induktion.

Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung und den Übungen
sowie das Problem der Woche finden Sie unter:
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/`