

Analysis I

Vorbereitendes Übungsblatt, Wintersemester 2012/13

Keine Abgabe! Besprechung in den Übungen am 11./12. Oktober 2012.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$ mit

a) $x + 2 < |x - 3|$

b) $|x - 2| + |x + 1| < 4$

Aufgabe 2

Entscheiden Sie, ob die folgenden Mengen nach oben bzw. unten beschränkt sind, und bestimmen Sie gegebenenfalls (möglichst viele) obere bzw. untere Schranken.

a) $\{x \in \mathbb{R} : x < 0, x^2 + 2x + 2 > 5\}$,

b) $\left\{x \in \mathbb{R} : x = 1 - \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\right\}$

Aufgabe 3

a) Führen Sie eine Indextransformation für die Summe $\sum_{k=3}^{24} (k - 2)$ durch, um deren Wert mit einer geeigneten Formel aus der Vorlesung zu berechnen.

b) Zeigen Sie $\sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k-1}}{k^2} = \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{k^2} - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$ mit Hilfe der vollständigen Induktion und ohne Zuhilfenahme der vollständigen Induktion.

Aufgabe 4

Es seien a_1, a_2, \dots, a_{n+1} ($n \in \mathbb{N}$) reelle Zahlen. Beweisen Sie die Aussage

$$\sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_1$$

a) mit Hilfe der vollständigen Induktion,

b) indem Sie die Summe auf der linken Seite in zwei Summen aufspalten und für die entstehende erste Summe eine geeignete Indextransformation durchführen.