

Analysis II

9. Übungsblatt, Sommersemester 2013

Abgabe bis Montag, den 10. Juni 2013, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Prüfen Sie die folgenden Funktionen $f : D \rightarrow \mathbb{C}$ auf komplexe Differenzierbarkeit und bestimmen sie gegebenenfalls die Ableitung:

a) $f(z) = \tan z$, $D = \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re} z| < \frac{\pi}{2}\}$ b) $f(z) = |z|^2$, $D = \mathbb{C}$

c) $f(z) = f(x, y) = \log(x^2 + y^2) + 2i \arctan \frac{y}{x}$, $D = \{z = x + iy \in \mathbb{C} : x > 0\}$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen 2. Ordnung der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

für alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Gilt $f_{xy}(0, 0) = f_{yx}(0, 0)$?

Aufgabe 3 *

Es sei $u \in C^2(\mathbb{R}^2)$ und $v(r, \varphi) := u(r \cos \varphi, r \sin \varphi)$ für $r > 0$, $0 \leq \varphi < 2\pi$. Zeigen Sie:

$$u_{xx} + u_{yy} = v_{rr} + \frac{1}{r}v_r + \frac{1}{r^2}v_{\varphi\varphi}$$

Aufgabe 4 *

Bestimmen Sie das Taylorpolynom 2. Ordnung der Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y, z) = \sin(z \cos y) + \cos(x \sin y)$$

an der Stelle $(1, \pi, 1)$.