TU Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. N. Steinmetz
Dipl.-Math. C. Claßen

Dortmund, 21. Mai 2013

Analysis II

7. Übungsblatt, Sommersemester 2013

Abgabe bis Montag, den 27. Mai 2013, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Stellen Sie für die folgenden Matrizen die quadratische Form auf und untersuchen Sie diese auf Definitheit.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} a & -1 & a-1 \\ -1 & 1 & 0 \\ a-1 & 0 & a-1 \end{pmatrix} \quad (a \in \mathbb{R})$$

Aufgabe 2 $\star$

Es sei $A = (a_{jk})$ eine symmetrische $(n \times n)$-Matrix und Q_A ihre quadratische Form. Zeigen Sie:

a) Gilt $|a_{jk}| \leq 1$ für alle $j, k = 1 \ldots n$ so gilt für $x \in \mathbb{R}^n$:

$$|Q_A(x)| \leq \left(\sum_{j=1}^{n} |x_j| \right)^2$$

b) Gilt $a_{jk} = 1$ für alle $j, k = 1 \ldots n$, so ist Q_A nicht definit.

c) A ist genau dann positiv definit, wenn es ein $\alpha > 0$ gibt mit $Q_A(x) \geq \alpha |x|^2$.

Aufgabe 3 $\star$

Es seien $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbare Funktionen. Zeigen Sie, dass für $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch $F(x, y) := f(x)g(y)$ eine differenzierbare Funktion definiert ist und drücken Sie die Ableitung von F durch f' und g' aus.

Aufgabe 4

Die Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ sei differenzierbar und es sei A eine $(n \times n)$- Matrix. Zeigen Sie ohne Benutzung der Kettenregel, dass $f(Ax)$ und $Af(x)$ differenzierbar sind, und bestimmen Sie jeweils die Ableitung.

Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung und den Übungen
sowie das Problem der Woche finden Sie unter:
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/`