

Analysis II

3. Übungsblatt, Sommersemester 2013

Abgabe bis Montag, den 29. April 2013, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Schiff B befindet sich um 9 Uhr 65 Seemeilen östlich von Schiff A und fährt auf Westkurs mit einer Geschwindigkeit von 10kn. Schiff A ist mit 15kn auf Südkurs. Wann sind sich die beiden Schiffe am nächsten und wie groß ist zu diesem Zeitpunkt ihr Abstand? (Hinweis: 1kn $\hat{=}$ 1 Seemeile pro Stunde)

Aufgabe 2 ★

Bestimmen Sie jeweils M° , \overline{M} und ∂M zu folgenden Mengen:

- a) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2\}$
- b) $M = \{x \in \mathbb{R}^n : x_1 + \cdots + x_n > 1, x_1 \neq 0\}$
- c) $M = \{r(\varphi)(\cos \varphi, \sin \varphi) \in \mathbb{R}^2 : r(\varphi) = \frac{\varphi}{1 + \varphi}, \varphi > 0\}$

Welche dieser Mengen sind offen, welche abgeschlossen?

Aufgabe 3

Es seien A, B nichtleere Teilmengen des \mathbb{R}^n . Zeigen Sie:

- a) $A^\circ \cup B^\circ \subseteq (A \cup B)^\circ$
- b) $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$
- c) $A' \cup B' = (A \cup B)'$

Geben Sie zu $a)$ und $b)$ je ein Beispiel an, bei dem eine echte Inklusion vorliegt.

Aufgabe 4 ★

Eine Menge $S \subset \mathbb{R}^n$ heißt konvex, wenn mit $a, b \in S$ auch die Strecke $\{ta + (1 - t)b : 0 \leq t \leq 1\}$ zu S gehört. Zeigen Sie, dass mit S auch das Innere S° und die abgeschlossene Hülle \overline{S} konvex sind.