

## Analysis II

### 11. Übungsblatt, Sommersemester 2013

**Abgabe** bis Montag, den 24. Juni 2013, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

#### Aufgabe 1 ★

Zeigen Sie, dass durch die Gleichungen

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 2uv \\ x^3 + y^3 &= v^3 - u^3\end{aligned}$$

in einer Umgebung des Punktes  $(-1, 1)$  eine Funktion  $g(x, y) = (u(x, y), v(x, y))$  mit  $g(-1, 1) = (1, 1)$  implizit definiert wird. Berechnen Sie die Jacobimatrix von  $g$  in  $(-1, 1)$ .

#### Aufgabe 2

Es seien  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < y < 2\pi\}$  und  $f : D \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit:

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} \sinh x \cos y \\ \cosh x \sin y \end{pmatrix}$$

- Bestimmen Sie alle Punkte aus  $D$ , in denen  $f$  lokal injektiv ist.
- Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion im Punkt  $f(0, \frac{\pi}{6}) = (0, \frac{1}{2})^T$ .

*Hinweis zu a):*  $f$  heisst lokal injektiv in  $x_0$ , wenn der Satz über die Umkehrfunktion anwendbar ist.

#### Aufgabe 3 ★

Gegeben seien  $f(x, y, z) = xyz$  und die Menge

$$K := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 5, xy + xz + yz = 8\}.$$

- Zeigen Sie, dass  $f$  auf  $K$  Minimum und Maximum besitzt.
- Berechnen Sie alle Punkte in  $K$ , in denen  $f$  Minimum bzw. Maximum annimmt.

*Hinweis zu a):* Es gilt  $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz)$ .