TU Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. N. Steinmetz
Dipl.-Math. C. Claßen

Dortmund, 9. April 2013

Analysis II

1. Übungsblatt, Sommersemester 2013

Abgabe bis Montag, den 15. April 2013, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1 ⋆

Untersuchen Sie die folgenden Integrale auf Konvergenz oder Divergenz.

a) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{\log x + \sin x}{\sqrt{x}} dx$

b) $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{(x^2+3)^{3/2}}{(x^4+1)^{3/2}} \sin^2 x dx$

c) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1+\cos^2 x}{\sqrt{1+x^2}} dx$

d) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{4+\cos x}{(1+x)\sqrt{x}} dx$

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass das uneigentliche Integral $\displaystyle\int_0^\infty \sin x^2 dx$ existiert.

(Hinweis: Bedienen Sie sich der Transformation $x^2 = \phi(t) = t$.)

Aufgabe 3 ⋆

Beweisen Sie die folgenden Identitäten. (Hinweis: Riemann-Integral)

a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} = \log 2.$

b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{p+1}} \sum_{k=1}^n k^p = \frac{1}{p+1}$ $(p > 0)$. Was lässt sich für p mit $p > -1$ aussagen ?

Aufgabe 4

Sei f beschränkt auf $[a,b]$ und lokal integrierbar auf $[a,b)$. Zeigen Sie, dass f Riemann-integrierbar ist auf $[a,b]$, d.h. $\displaystyle\int_a^b f(x)dx = \lim_{c\to b-} \int_a^c f(x)dx.$

Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung und den Übungen
sowie das Problem der Woche finden Sie unter:
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/`