Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Rainer Brück
Dipl.-Math. Amir Nasseri

Dortmund, 16. Januar 2013

Analysis III für Lehramt

13. Übungsblatt, WiSe 2012/13

Abgabe bis Mittwoch, 23.01.2013 in den Übungen

1) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen:

   a) $y' = 1 + y^2$

   b) $y' = (y+2)^2$

   c) $y' = 2x(y^2 - y)$

   d) $y' = (x+y)^2$ (Substituieren Sie $u = x + y$ und leiten Sie zunächst eine Differentialgleichung für u her.)

   e) $y' = 1 - \frac{y}{x}$ (Substituieren Sie $y = xu$ und leiten Sie zunächst eine Differentialgleichung für u her.)

2) Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme. Geben Sie jeweils auch an, auf welchem Intervall die Lösung (maximal) definiert ist.

   a) $y' = 1 + y^2, \quad y(0) = 0$

   b) $y' = 2x(y^2 - y), \quad y(0) = 2$

   c) $y' = 1 + \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2}, \quad y(1) = 1$

   d) $y' = \frac{y}{2} + \frac{1}{2y}, \quad y(1) = 1$

3) Skizzieren Sie das Richtungsfeld der Differentialgleichung $y' = y^2 - x$. Überlegen Sie sich, in welchen Bereichen die Lösungen monoton wachsend, monoton fallend, konvex und konkav sind.

4) Skizzieren Sie das Richtungsfeld der Differentialgleichung $y' = 4y - y^3$. Es sei nun y die Lösung der Differentialgleichung mit $y(0) = y_0$. Argumentieren Sie nur mit Hilfe des Richtungsfeldes, wie sich $y(x)$ in Abhängigkeit von y_0 für $x \to \infty$ verhält.