Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Rainer Brück
Dr. Christopher Classen

Dortmund, 11. Juli 2016

Analysis II für Lehramt

14. Übungsblatt, SoSe 2016

Abgabe bis Montag, 18.07.2016, 12:00 Uhr in den Briefkästen im Foyer

1) Berechnen Sie für folgende Funktionen $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ alle partiellen Ableitungen erster Ordnung:

   a) $f(x,y) := e^{xy}\cos(x^2)\,,$

   b) $f(x,y) := \begin{cases} (x^2+y^2)^{3/2}\cos\frac{1}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y)\neq(0,0)\,,\\ 0 & \text{für } (x,y)=(0,0)\,,\end{cases}$

   c) $f(x,y) := x^2 - y^2 + \cosh(xy)\,,$

   d) $f(x,y) := \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y)\neq(0,0)\,,\\ 0 & \text{für } (x,y)=(0,0)\,.\end{cases}$

2) Zeigen Sie, dass die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{x^3y\sin y}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y)\neq(0,0)\,,\\ 0 & \text{für } (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

   differenzierbar ist und berechnen Sie die Ableitung.

3) Es sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y)\neq(0,0)\,,\\ 0 & \text{für } (x,y)=(0,0)\,.\end{cases}$$

   Untersuchen Sie, ob die partiellen Ableitungen f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yx} und f_{yy} existieren und berechnen Sie diese gegebenenfalls.