Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Rainer Brück
Dr. Christopher Classen

Dortmund, 9. Mai 2016

Analysis II für Lehramt

5. Übungsblatt, SoSe 2016

Abgabe bis Dienstag, 17.05.2016, 12:00 Uhr in den Briefkästen im Foyer

1) Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz:

   a) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k+1}{k+2}\right)^{k^2}$

   b) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{7^k}\binom{3k}{k}$

   c) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{(2k)!}{k^k k!}$

   d) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} 2^{(-1)^k-k}$

   e) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \left(\sqrt{k+2}-\sqrt{k}\right)$

   f) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{2^{k+1}}{5\cdot 3^k}$

   g) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \binom{k+2}{k}^{-1/k}$

   h) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} ke^{-k}$

2) Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

   a) Ist $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k$ konvergent, so ist auch $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k^2$ konvergent.

   b) Ist $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k$ absolut konvergent, so ist auch $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k^2$ absolut konvergent.

   c) Ist $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k^2$ konvergent, so ist auch $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k$ konvergent.

   d) Ist $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k^2$ absolut konvergent, so ist auch $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k$ konvergent.

   e) Ist (a_k) eine Nullfolge und existiert der Grenzwert $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{3n} a_k = s \in \mathbb{K}$, so ist $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k$ konvergent zum Wert s.

3) a) Es sei (a_k) eine Folge in $\mathbb{K}$ und $\sum\limits_{k=0}^{\infty} |a_{k+1}-a_k|$ konvergent. Zeigen Sie, dass dann die Folge (a_k) konvergiert.

   b) Die Folge (a_k) sei rekursiv definiert durch $a_0 \in \mathbb{R}$ und $a_{k+1} := a_k + 3^{-k}$. Zeigen Sie, dass die Folge (a_k) konvergiert und bestimmen Sie den Grenzwert.