

Analysis II für Lehramt

3. Übungsblatt, SoSe 2016

Abgabe bis Montag, 02.05.2016, 12:00 Uhr in den Briefkästen im Foyer

- 1) Untersuchen Sie folgende uneigentlichen Integrale auf Konvergenz und berechnen Sie gegebenenfalls ihren Wert, wobei $a, b > 0$:

a) $\int_0^{\infty} e^{-ax} \cos bx \, dx$

b) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 4}$

c) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\cosh x}$

d) $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(2-x)}}$

e) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(a^2 + x^2)(b^2 + x^2)}$

f) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \log x}$

- 2) Es seien $f, g: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und positiv, und es existiere der Grenzwert $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = M > 0$. Zeigen Sie: Das uneigentliche Integral $\int_0^{\infty} f(x) \, dx$ konvergiert genau dann, wenn das uneigentliche Integral $\int_0^{\infty} g(x) \, dx$ konvergiert. Was ergibt sich im Fall $M = 0$?
- 3) Es sei $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ monoton fallend.

a) Zeigen Sie: Ist das uneigentliche Integral $\int_0^{\infty} f(x) \, dx$ konvergent, so gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} x f(x) = 0$.

b) Gilt auch die Umkehrung der Aussage in (a)?

c) Kann man in (a) die Voraussetzung der Monotonie von f weglassen?